



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



**Dirección General de Educación Tecnológica
Industrial y de Servicios**

Dirección Académica e Innovación Educativa

Subdirección de Innovación Académica

Departamento de Planes, Programas y Superación Académica

Cuadernillo de Aprendizajes Esenciales

Anexos

Física I





Física I

Introducción.	2
Objetivos de la Física.	2
Importancia del estudio de la física.	2
La física y su relación con otras ciencias.	3
División de la física para su estudio.	4
Mediciones y Sistemas de Unidades	6

UNIDAD I. MOVIMIENTO

Introducción.	19
Movimiento rectilíneo uniforme	21
Movimiento rectilíneo uniformemente variado.	26
ACELERACIÓN	26
Tiro vertical y caída libre de los cuerpos.	35
Tiro parabólico.	43
MOVIMIENTO CIRCULAR	54
Velocidad Angular (ω)	55
Periodo (T) y Frecuencia(f).	55
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME	56

UNIDAD II. LEYES DE NEWTON

Introducción.	65
Leyes de Newton	65
Primera ley de Newton o ley de la Inercia	66
Ley de fuerza y masa. Segunda ley de newton	67
Ley de acción y reacción. Tercera Ley de Newton	70
Rozamiento.	75
Rozamiento Estático	77
Rozamiento cinético.	78
Rozamiento en un plano inclinado.	78

UNIDAD III. ENERGÍA, TRABAJO Y POTENCIA

Energía.	89
Tipos de energía.	89
Energía cinética.	91
ENERGÍA CINÉTICA	91
ENERGÍA POTENCIAL	94
TRABAJO MECANICO.	101
POTENCIA	105

Introducción.

La Física constituye un pilar en la estructura de la ciencia actual. La comprensión de conceptos y procesos físicos es la base para el entendimiento de gran parte del mundo que nos rodea. Además, la aplicación de estos conocimientos en nuestro entorno constituye una fuente de bienestar social y económico.

El desarrollo tecnológico y las consecuencias que de él derivan están estrechamente relacionados con el avance del estudio de los fenómenos físicos.

Éstos avances han sido posibles debido a la cuantificación y medición de la magnitud de los hechos, por lo que en esta unidad se considera el estudio del Sistema Internacional de medida, así como también a la Notación Científica por medio de la cual podrás escribir de manera simplificada tanto cantidades muy grandes, como el radio de la Tierra y cantidades muy pequeñas, como el radio del átomo de carbono. En el estudio de las magnitudes vectoriales se considera la suma y resta de sistemas coplanares.

Éstos contenidos constituyen las herramientas fundamentales para abordar el curso de Física I.

Objetivos de la Física.

En esta unidad aprenderás a:

- Desarrollar los conocimientos básicos:
Física, su división y su relación con otras ciencias.
- Método científico.
- Cuantificar las propiedades fundamentales de la materia como longitud, masa y tiempo utilizando unidades del Sistema Internacional de medida, así como factores de conversión.
- Realizar operaciones básicas utilizando Notación Científica.

Importancia del estudio de la física.

El término Física proviene del vocablo griego *physike* que significa **naturaleza**. Cuando escuchamos esta palabra vienen a nuestra mente imágenes de plantas, ríos, árboles, animales y en algunas ocasiones lo que el hombre ha transformado de ella; es decir, **naturaleza** es todo lo que nos rodea.

El conocimiento de la Física es esencial para comprender nuestro mundo, ya que ninguna otra ciencia ha intervenido en forma tan activa para revelarnos las causas y los efectos de los hechos naturales.

En el presente siglo se han realizado rápidos avances científicos y tecnológicos, por ejemplo, en los medios de comunicación con el uso de computadoras, televisión, antena parabólica, teléfono celular, correo electrónico, etc. y en el transporte con los vuelos espaciales. Esto ha sido posible gracias a los conocimientos que se han adquiridos de todas las ciencias.

La naturaleza está formada por materia y energía en constante cambio. Un cambio en la naturaleza se conoce como fenómeno natural el cual puede ser físico o químico. Un fenómeno físico se caracteriza porque no cambia la composición química de la materia. Por ejemplo, el movimiento de los cuerpos, los cambios de estado de la materia, las tormentas con rayos y truenos, la formación de imágenes, etc.

Un fenómeno químico se caracteriza porque se producen cambios en la composición de la materia. Por ejemplo, la combustión de los materiales, la fotosíntesis de las plantas, la digestión de los alimentos, etc.

La naturaleza integra el campo de estudio de la Física por lo que decimos:

FÍSICA: Es la ciencia que estudia la materia, la energía y sus interrelaciones, en función del tiempo y espacio.

El objetivo de la Física es descubrir y estudiar las leyes que rigen los fenómenos físicos de la naturaleza para emplearlas en beneficio de la humanidad. Por excelencia se considera la ciencia del razonamiento y la medición

La física y su relación con otras ciencias.

Para entender los fenómenos que ocurren en la naturaleza, la Física se relaciona con otras ciencias, como:

Ciencia	Estudia:
• Matemáticas:	Los números y las figuras
• Química:	La composición de la materia
• Geología:	La estructura y transformaciones de la Tierra
• Biología:	La vida y sus manifestaciones
• Astronomía:	Los cuerpos celestes
• Mineralogía:	Los minerales
• Meteorología:	Los fenómenos atmosféricos
• Geografía:	La superficie terrestre

Su relación se establece de la siguiente manera:

Las **Matemáticas** permiten cuantificar los diversos fenómenos físicos que ocurren en la naturaleza.

La **Química** explica con leyes físicas las interacciones moleculares de la materia.

La **Geología** aplica leyes físicas para comprender la estructura, evolución y transformación de la Tierra.

La **Biología** aplica leyes físicas para explicar la vida orgánica.

La **Astronomía** aplica leyes de óptica para desarrollar sus observaciones.

La **Mineralogía** aplica la Física a las estructuras atómicas de la materia.

La **Meteorología** aplica conceptos de presión y temperatura.

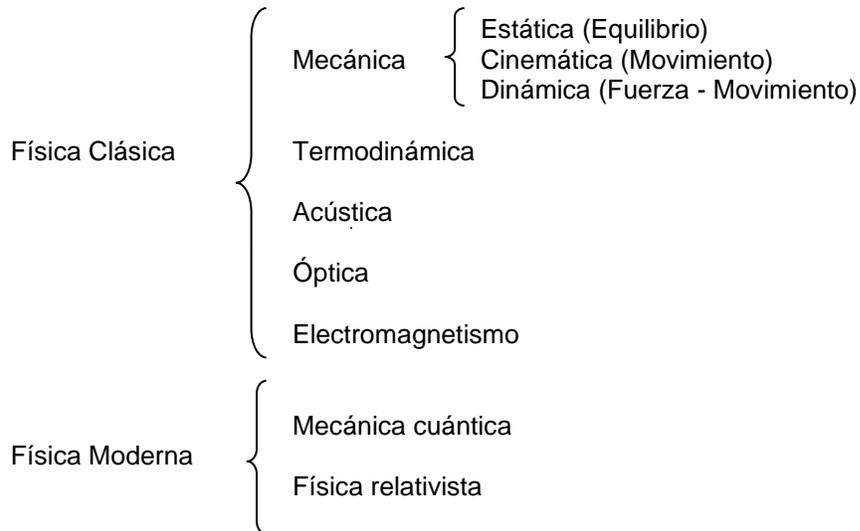
La **Geografía** aplica leyes físicas en la descripción de la Tierra y los cambios en la superficie.

Por lo tanto, todas estas ciencias aplican leyes y métodos físicos lo que ha permitido su avance y desarrollo, así como también la creación de nuevos campos de estudio en las llamadas ciencias intermedias como:

- Físicoquímica
- Biofísica
- Geofísica
- Astrofísica

División de la física para su estudio.

La Física, para su estudio, se divide en:



Física clásica.

Estudia todos los fenómenos en donde su velocidad es muy pequeña comparada con la velocidad de la luz (aproximada 300 000 km/s).

La **Mecánica** estudia el movimiento de los cuerpos.

La **Termodinámica** estudia las interrelaciones de energía y trabajo.

La **Acústica** estudia las características y propiedades del sonido.

La **Óptica** estudia las características y propiedades de la luz.

El **Electromagnetismo** estudia los fenómenos eléctricos y magnéticos.

Física moderna.

Estudia los fenómenos producidos a la velocidad de la luz o cercanos a ella.

Puede ser Experimental o Teórica.

La **Física Cuántica** estudia los fenómenos que se producen en el dominio del átomo.

La **Física Relativista** estudia los cuerpos animados a grandes velocidades.

Metodología de la física.

Desde que el hombre primitivo tuvo conciencia de sí mismo y del mundo en que vivía, comenzó a contemplar y a la vez a cuestionarse sobre los fenómenos que sucedían a su alrededor y al no saber sus causas se atemorizaba; él obtenía sus conocimientos en forma casual y desorganizada, hasta que hace cuatro siglos el italiano Galileo Galilei (1564-1642) utilizó un procedimiento para explicar los fenómenos que ocurren en la naturaleza.

Este método que ha adoptado la ciencia para su investigación se conoce como Método Científico.

MÉTODO CIENTÍFICO: Es un conjunto de procedimientos planeados, ordenados y sistematizados para comprobar o descubrir verdades.

Este método sigue cuatro pasos que son:

- 1) **Observación** consiste en fijar la atención en un fenómeno, así como en todo aquello que pudo haberlo producido y lo que puede impedir su desarrollo.
- 2) **Hipótesis** son suposiciones o explicaciones verdaderas o falsas después de observar un fenómeno.
- 3) **Experimentación:** es la reproducción de los fenómenos o hechos observados con el fin de comprobar o desechar una hipótesis.
- 4) **Ley o Principio** se establece cuando la hipótesis de un fenómeno llega a comprobarse tanto en forma cuantitativa como cualitativa a través de la experimentación. Es decir, para un fenómeno siempre se obtienen los mismos resultados. En algunos casos, las leyes físicas obtenidas se pueden enunciar por una expresión matemática.
- 5) Cuando no es posible comprobar una hipótesis mediante la experimentación, pero ésta sirve de base para explicar otros fenómenos sin contradecirse con alguna ley ya establecida, se presenta una **teoría**.

Ejercicios propuestos:

I. Reafirma tus conocimientos resolviendo el siguiente crucigrama:

GENERALIDADES

1						2								3	
						4									
			5												
		6													
				7											
									8						

“La curiosidad es una planta pequeña y delicada que además de estímulo necesita, ante todo libertad”

Albert Einstein

HORIZONTALES:

- 1.- Es la reproducción de los fenómenos o hechos observados con el fin de comprobar o desechar una hipótesis.
- 4.- Es una hipótesis no comprobada que sirve de base para explicar otros fenómenos, sin contradecirse con alguna ley ya establecida.
- 5.- La fotosíntesis de las plantas y la digestión de los alimentos son ejemplos de esta clase de fenómeno.
- 6.- Son suposiciones verdaderas o falsas después de observar un fenómeno.
- 7.- Parte de la Física Clásica que estudia el movimiento de los cuerpos.

VERTICALES:

- 2.- Ciencia que le permite a la Física cuantificar los diversos fenómenos que ocurren en la naturaleza.
- 3.- Parte de la Física Clásica que estudia las características y propiedades de la luz.
- 8.- El movimiento de los cuerpos y la formación de imágenes son ejemplos de esta clase de fenómeno (respuesta invertida).

Mediciones y Sistemas de Unidades

En la búsqueda por entender el mundo que nos rodea, el hombre ha estudiado la naturaleza. El auténtico progreso de la ciencia se logró hasta que se utilizó el método científico, el cual se basa en la experimentación sistemática de los fenómenos naturales por medio de mediciones y análisis. Midiendo con precisión la forma en que se comporta la naturaleza se pueden establecer sus leyes en forma correcta. Por ello la Física es por esencia la ciencia de la medición.

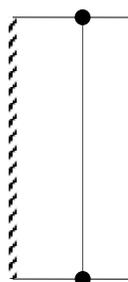
La medición consiste en determinar el valor numérico de una cantidad física.

Cantidades Físicas

CANTIDAD FÍSICA

Es todo aquello que puede ser medido, como la longitud de una cuerda, el área o superficie de un terreno, el volumen de un cuerpo, la temperatura de una sustancia, el peso de una persona, etc.

La **magnitud** (medida) de una cantidad física se especifica con un número y una unidad; ambos son necesarios, por si solos carecen de significado. Ejemplo:



Longitud
20 m



Area
45 m²



Volumen
25 m³



Temperatura
30°C

Debido a la existencia de diversas cantidades físicas, es difícil organizarlas adecuadamente, ya que no son independientes unas de las otras. Los científicos buscando la simplicidad en su uso determinaron dividir las en dos grupos: fundamentales y derivadas.

CANTIDADES FUNDAMENTALES

Conjunto pequeño de cantidades cuyo manejo y relación permite la descripción completa del mundo físico.

Cuando se unen dos o más cantidades fundamentales, se forman las cantidades derivadas, que también están relacionadas con las expresiones algebraicas que representan las leyes que rigen los fenómenos naturales de nuestro entorno.

CANTIDADES DERIVADAS

Se obtienen de la combinación de cantidades fundamentales, mediante definiciones y fórmulas

Unidades.

Las cantidades físicas se cuantifican en unidades de medida.

UNIDAD DE MEDIDA

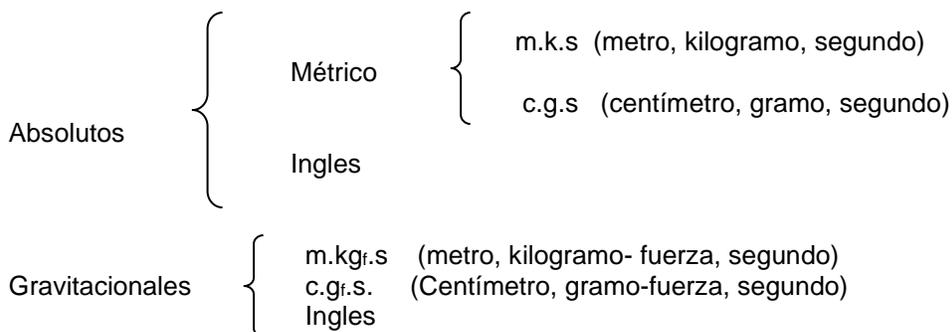
Es una medida estándar o patrón que tiene un valor fijo y reproducible para tomar medidas exactas.

Las unidades de medida se relacionan convenientemente dando lugar a los sistemas de unidades.

SISTEMA DE UNIDADES

Conjunto unificado y coherente de unidades de medida, formado por unidades fundamentales y derivadas.

Los sistemas de unidades se clasifican de acuerdo a sus unidades fundamentales en: absolutos y gravitacionales.



Algunos sistemas desaparecieron y continuaron en uso el Sistema Ingles (gravitacional), utilizado en Estados Unidos, Inglaterra y Australia y el métrico (absoluto) empleado en el resto del mundo.

Sistema Métrico creado en Francia en 1791, fue utilizado por los científicos de todo el mundo. Sus cantidades fundamentales son longitud, masa y tiempo.

El sistema métrico se ramifica en dos sistemas de unidades el **m.k.s** y el **c.g.s**.

Sistema Inglés desarrollado en Inglaterra, los países de habla inglesa lo aplican para fines comerciales y de ingeniería. Sus cantidades fundamentales son longitud, fuerza o peso y tiempo. Uno de los principales inconvenientes de este sistema es que sólo puede emplearse en mecánica y termodinámica y no existe un sistema ingles de unidades eléctricas.

En la tabla siguiente se presentan las cantidades fundamentales de dichos sistemas y sus unidades de medida.

Cantidades Fundamentales	Sistema métrico		Cantidades Fundamentales	Sistema Ingles
	m.k.s.	c.g.s.		
Longitud	metro (m)	centímetro (cm)	Longitud	pie (ft)
Masa	kilogramo (kg)	gramo (g)	Fuerza o peso	libra (lb)
Tiempo	segundo (s)	segundo (s)	Tiempo	segundo (s)

El desarrollo de la ciencia, el comercio y la cooperación internacional, ha llevado a la necesidad de contar con un sistema universal de unidades de medida. Así en 1960 durante la XI Conferencia Internacional sobre pesas y medidas, celebrada en París, se adoptó, una forma revisada y complementada del sistema m.k.s para uso internacional; este sistema se conoce oficialmente como **Sistema Internacional (SI)** la abreviatura SI proviene del nombre en francés "Système International". Su uso ha sido legalizado en casi todas las naciones. Actualmente los países de habla inglesa se encuentran en periodo de cambio hacia estas unidades.

Para conformar el Sistema Internacional se seleccionaron siete cantidades fundamentales que son: **longitud, masa, tiempo, corriente eléctrica, temperatura termodinámica, cantidad de sustancia e intensidad luminosa**. Una vez determinadas estas cantidades definieron la unidad de medida o patrón de cada una de ellas.

UNIDADES FUNDAMENTALES DEL SISTEMA INTERNACIONAL

Cantidad fundamental	Unidad fundamental	
	Nombre	Símbolo
Longitud	metro	M
Masa	kilogramo	Kg
Tiempo	segundo	S
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura, termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	Mol
Intensidad luminosa	candela	Cd

Cantidad Física	Unidad de medida	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Área ó superficie	metro cuadrado	m ²
Volumen	metro cubico	m ³

Velocidad	metro por segundo	$\frac{m}{s}$
Aceleración	metro por segundo al cuadrado	$\frac{m}{s^2}$
Fuerza	newton	$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$

Este es un

sistema

perfectamente coherente, es decir hasta ahora no se ha descubierto ninguna cantidad física que no pueda ser expresada en términos de estas siete cantidades fundamentales. Las unidades de medida se definieron científicamente de manera que tienen un valor fijo y pueden reproducirse en cualquier lugar con gran precisión.

En la siguiente tabla se indican las unidades de medida de las cantidades físicas del Sistema Internacional que utilizaremos en el estudio de Física I.

SISTEMA INTERNACIONAL

- Fundamentales
- Derivadas

Múltiplos y submúltiplos de unidades del sistema internacional.

Algunas unidades resultan demasiado grandes para el uso habitual y otras muy pequeñas. Para resolver esta problemática la Conferencia General de Pesas y Medidas adoptó los prefijos desarrollados para el Sistema Métrico, al Sistema Internacional.

Estos prefijos pueden agregarse tanto a unidades fundamentales como a derivadas para aumentar o disminuir su cuantía.

En la siguiente tabla se presentan los prefijos más usuales.

PREFIJOS DEL SISTEMA INTERNACIONAL

	Prefijo	Símbolo	Equivale a		Ejemplo
Multiplos	Tera	T	1 000 000 000 000	=10 ¹² un billón	1 terametro (Tm) 10 ¹² m
	giga	G	1 000 000 000	= 10 ⁹ mil millones	1 gigametro (Gm) 10 ⁹ m
	mega	M	1 000 000	= 10 ⁶ un millón	1 megametro (Mm) 10 ⁶ m
	kilo	k	1 000	= 10 ³ mil	1 Kilómetro (km) 10 ³ m
	hecto	h	100	=10 ² cien	1 hectómetro (hm) 10 ² m
	deca	da	10	= 10 ¹ diez	1 decámetro (dam) 10 m
Submult	deci	d	0.1	= 10 ⁻¹ un décimo	1 decímetro (dm) 10 ⁻¹ m
	centi	c	0.01	= 10 ⁻² un centésimo	1 centímetro (cm) 10 ⁻² m
	mili	m	0.001	= 10 ⁻³ un milésimo	1 milímetro (mm) 10 ⁻³ m

micro	μ	0.000001 = 10^{-6} un millonésimo	1 micrómetro (μm) 10^{-6} m
nano	n	0.000000001 = 10^{-9} un mil millonésimo	1 nanometro (nm) 10^{-9} m
pico	p	0.0000000000001 = 10^{-12} un billonésimo	1 picometro (pm) 10^{-12} m
femto	f	0.0000000000000001 = 10^{-15} un mil billonésimo	1 femtometro (fm) 10^{-15} m

Los múltiplos y submúltiplos de las unidades se forman anteponiendo al nombre de estas, los prefijos correspondientes con excepción de los nombres de los múltiplos y submúltiplos de la unidad de masa en los cuales los prefijos se antepondrán a la palabra “gramo”.

Por ejemplo:

dag decagramo
mg. miligramo

Los símbolos de los prefijos deben colocarse sin espacio entre el símbolo del prefijo y el símbolo de la unidad.

Por ejemplo: mN y *no* m N

Los prefijos compuestos deben evitarse

Por ejemplo: 1 nm pero *no* 1 m μ m

Debido al uso popular tan extendido o bien a las necesidades de algunos campos especializados de la investigación científica, en particular de la Física teórica, pueden existir motivos serios que justifiquen el empleo de otras unidades diferentes a las del Sistema Internacional, generalmente es preferible no utilizarlas conjuntamente con las unidades de este sistema y se recomienda, en la medida de lo posible, ir las desapareciendo paulatinamente. Sin embargo, cualesquiera que sean estas unidades es importante que los símbolos empleados para representarlas estén conformes a las recomendaciones internacionales en vigor.

Nombre	Símbolo	Valor en unidades del SI
Minuto	min	60 s
Hora	h	3600 s
Día	d	86400 s
Litro	l (L)	10^{-3} m ³
Tonelada	t	10^3 kg
Hectárea	ha	10^4 m ²
Kilogramo fuerza	kg _f	9.80665 N
Dina	dyn	10^{-5} N
Gramo	g	10^{-3} kg

Las especificaciones de esta página están contenidas en la Norma Oficial Mexicana (NOM –Z-1-1981) Sistema General de Unidades de Medida

En la siguiente tabla se presentan las unidades del Sistema Ingles que manejaremos durante el curso.

SISTEMA INGLES.

Cantidad Física	Unidad de medida	Símbolo
Longitud	pie	(ft)
Fuerza	libra	(lb)
Tiempo	segundo	(s)
Área	pie cuadrado	ft ²
Volumen	pie cubico	ft ³
Velocidad	pie por segundo	ft/s
Aceleración	pie por segundo al cuadrado	$\frac{ft}{s^2}$
Masa	Slug	Slug= $\frac{lb s^2}{ft}$

 Cantidades fundamentales

 Cantidades derivadas

Análisis dimensional y conversión de unidades.

Análisis dimensional

Las dimensiones de una cantidad física indican el tipo de unidades que la forman. El análisis de las dimensiones de una fórmula nos permite determinar si esta es correcta. Toda ecuación o fórmula debe ser dimensionalmente consistente, es decir las cantidades a cada lado del signo igual deben tener las mismas unidades.

Ejemplo: Verifica mediante el análisis dimensional las siguientes fórmulas. (Expresa las unidades en el Sistema Internacional).

1) $S = v t$

Desplazamiento = (velocidad) (tiempo)

La ecuación expresada dimensionalmente en el Sistema Internacional es la siguiente:

$$m = \left(\frac{m}{s} \right) (s)$$

$$m = \frac{m s}{s} = m$$

$m = m$ Dimensionalmente correcta.

2) $W = m g$

Peso = (masa) (aceleración de la gravedad)

La ecuación expresada dimensionalmente en el Sistema Internacional es la siguiente:

$$N = (\text{kg}) \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \quad \text{como } N = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

$$N = N$$

Concluimos indicando que la ecuación es dimensionalmente correcta puesto que las unidades en ambos miembros de la ecuación son iguales.

Aplicación: El análisis dimensional permite asegurar si un problema determinado se ha resuelto correctamente desde el punto de vista de las dimensiones o de las unidades con las que opera.

Ejercicios resueltos:

Verifica mediante el análisis dimensional las siguientes fórmulas (Expresa las unidades en el Sistema Internacional).

1.- $v = \frac{S}{t}$

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo}}$$

La velocidad se expresa en $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

La distancia en m

El tiempo en s

La ecuación expresada dimensionalmente es: $\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Dimensionalmente correcto.

2.- $a = \frac{V_f - V_0}{t}$

$$\text{Aceleración} = \frac{\text{velocidad final} - \text{velocidad inicial}}{\text{tiempo}}$$

La aceleración se expresa en $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

La velocidad en $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

El tiempo en s

La ecuación expresada dimensionalmente es:

$$\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}}$$

Análisis dimensional

$$\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Dimensionalmente correcto.

3.- $v_f = v_0 + a t$

Velocidad final = velocidad inicial + (aceleración) (tiempo)

La velocidad se expresa en $\frac{m}{s}$

La aceleración se expresa en $\frac{m}{s^2}$

El tiempo se expresa en (s)

La ecuación expresada dimensionalmente es:

$$\frac{m}{s} = \left(\frac{m}{s}\right) + \left(\frac{m}{s^2}\right)(s)$$

Análisis dimensional

$$\frac{m}{s} = \frac{m}{s} + \frac{m}{s}$$

$$\frac{m}{s} = \frac{m}{s} \quad \text{Dimensionalmente correcto}$$

Conversiones de unidades.

En algunas ocasiones existe la necesidad de cambiar o convertir las unidades que se están empleando. Esta conversión de unidades se puede efectuar aplicando el principio de cancelación.

La conversión de una cantidad expresada en determinada unidad, a su equivalente en una unidad diferente de la misma clase, se basa en el hecho de que multiplicar o dividir cualquier cantidad por uno no afecta su valor. Mediante este método las conversiones pueden ser fácilmente realizadas, conociendo las cantidades equivalentes.

Conversión de unidades lineales (elevadas a la potencia 1).

Ejemplo: Convertir 46 m en cm

1. - Escribimos la cantidad que se desea convertir 46 m

2. - Buscamos las cantidades equivalentes de las unidades involucradas (Tabla de cantidades equivalentes). 1m = 100 cm

3. - Multiplicamos la cantidad original por un quebrado (factor de conversión), que estará formado por las cantidades equivalentes, colocando la unidad que se quiere eliminar opuesta a su posición en la cantidad original, de tal forma que, al efectuar la operación, se cancele.

$$(46 \cancel{m}) \left(\frac{100 \text{ cm}}{1 \cancel{m}} \right) = \frac{(46)(100)}{1} \text{ cm} = 4\,600 \text{ cm}$$

Por lo tanto: **46 m = 4 600 cm**

Si efectúas la operación inversa o sea convertir cm en m basta invertir el factor de conversión.

Ejemplo: Convertir: 25 cm en m

$$(25 \text{ cm}) \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right) = 0.25 \text{ m}$$

25 cm = 0.25

m

El factor de conversión está formado por una igualdad, por lo que su valor es uno, de forma que la cantidad original no se afecta al multiplicarla por dicho factor.

$$\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1$$

$$\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 1$$

CANTIDADES EQUIVALENTES

Longitud	Volumen	Tiempo
1 m = 100 cm	1 m ³ = 1 000 litros	1 hora = 60 min.
1 m = 1 000 mm	1 cm ³ = 1 ml	1 min = 60 s
1 cm = 10 mm	1 l = 1 000 cm ³	1 hora = 3 600 s
1 m = 39.37 in	1 l = 1 dm ³	
1 m = 3.281 ft	1 galón = 3.785 litros	
1 m = 1.094 yd		
1 km = 1000 m		
1 in = 2.54 cm		
1 ft = 0.3048 m		
1 ft = 30.48 cm	Fuerza	Masa
1 ft = 12 in		
1 mi = 1.609 km	1 lb = 4.45 N	1 slug = 14.59 kg
1 mi = 5280 ft		1 kg = 1000 g
1 yd = 3.0 ft		1 lb = 0.454 Kg
1 ft = 0.333 yd		
1 yd = 91.44 cm		
1 in = 0.0254 m		

Conversión de unidades no lineales (elevadas a potencia diferente de 1).

Para convertir unidades elevadas a potencia diferente de 1 el método de conversión es el mismo, tomando en consideración lo siguiente:

$$\begin{array}{ccc}
 & \underbrace{1 \text{ m} = 100 \text{ cm}} & \\
 (1\text{m})^2 = (100 \text{ cm})^2 & & (1\text{m})^3 = (100 \text{ cm})^3 \\
 1\text{m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 & & 1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3
 \end{array}$$

Ejemplo: Convertir 540 m² en cm²

Se utilizan las equivalencias lineales de las unidades involucradas

Equivalencia 1 m = 100 cm

Para eliminar m², el factor de conversión debe involucrar m² por lo tanto se elevan las dos cantidades equivalentes, de tal forma que el factor de conversión mantenga su valor = 1.

$$(1 \text{ m})^2 = (100 \text{ cm})^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

Se colocan las cantidades equivalentes de modo que al efectuar la operación se cancelen m² y sólo queden cm²

$$(540 \text{ m}^2) \left(\frac{10\,000 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \right) = 5\,400\,000 \text{ cm}^2 \qquad \qquad \qquad \mathbf{540 \text{ m}^2 = 5\,400\,000}$$

cm²

Conversión de unidades combinadas

Cuando se requiere convertir una cantidad física como la velocidad que implica la relación de dos cantidades, el procedimiento es el mismo solo que se requerirá de dos factores de conversión.

Ejemplo: Convertir 80 km/h en m/s

Equivalencias

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$$

$$1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$$

Se multiplica la cantidad que se desea convertir por dos factores de conversión, colocados de forma que al efectuar la operación se eliminen los km y las h y el resultado quede expresado en m/s.

$$\left(80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} \right) = \frac{80\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 22.\bar{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 22.\bar{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejercicios resueltos

Realiza las siguientes conversiones

1. - 28.3 cm a m Equivalencia 1 m = 100 cm

$$(28.3 \text{ cm}) \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right) = \frac{28.3}{100} \text{ m} = 0.283 \text{ m} \qquad \qquad \qquad \mathbf{28.3 \text{ cm} = 0.283 \text{ m}}$$

2. - 568 ft a millas Equivalencia: 1 mi = 5 280 ft

$$(568 \text{ ft}) \left(\frac{1 \text{ mi}}{5\,280 \text{ ft}} \right) = \frac{568}{5\,280} \text{ mi.} = 0.108 \text{ mi} \qquad \qquad \qquad \mathbf{568 \text{ ft} = 0.108 \text{ mi}}$$

3. - 1 250 in a m Equivalencia 1 in = 0.0254 m

$$(1250 \text{ in}) \left(\frac{0.0254 \text{ m}}{1 \text{ in}} \right) = 31.75 \text{ m} \qquad \qquad \qquad \mathbf{1250 \text{ in} = 31.75 \text{ m}}$$

Ejercicios propuestos.

Verifica mediante el análisis dimensional las siguientes fórmulas. Expresa las unidades en el Sistema Internacional.

1. Área = (longitud) (longitud)
2. Volumen = (área) (longitud)
3. Fuerza = (masa) (aceleración)
4. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones es dimensionalmente correcta?
 - a) $v_f = v_0 + a t^2$
 - b) $v_f = v_0 + a t$

5. Expresa las siguientes cantidades utilizando prefijos.

- a) Un milésimo de segundo _____
- b) Un millonésimo de metro. _____
- c) Un millón de metros. _____
- d) Un decilitro. _____
- e) Un microsegundo. _____
- f) Un milímetro, _____
- g) $8 \times 10^9 m$ _____
- h) $45 \times 10^2 g$ _____
- i) $3 \times 10^{-6} s$ _____

Efectúa las siguientes conversiones

- | | |
|--|--|
| 14. - 875 km a mi | Respuesta = 543.816 mi |
| 15. - 1250 in a m | Respuesta = 31.75 m |
| 16.- 0.6 m ² a cm ² | Respuesta = 6 000 cm² |
| 17.- 9 ft ² a m ² | Respuesta = 0.836 m² |
| 18. - 60 $\frac{mi}{h}$ a $\frac{km}{h}$ | Respuesta 96.54 $\frac{km}{h}$ |
| 19. - 367 $\frac{mi}{h}$ a $\frac{ft}{s}$ | Respuesta = 538.267 $\frac{ft}{s}$ |
| 20.- Una sala de estar tiene 18 ft de ancho y 33 ft de largo ¿Cuál es el área de la sala en m ² ? | Respuesta = 55.184 m² |
| 21.- Una acera requiere de 40 yd ³ de concreto ¿Cuántos m ³ se necesitan? | Respuesta = 30.550 m³ |
| 22. -La velocidad máxima a la que se puede circular en una carretera es de 40 Mi/h. ¿Cuál sería el límite de velocidad en km/h ? | Respuesta = 64.36 km/h |

Contesta los siguientes enunciados.

24. - Indica una ventaja del Sistema Internacional comparándolo con el Sistema Ingles.
- 25 - ¿Por qué es conveniente que todos los países empleen el mismo sistema de unidades?
- 26 - ¿Cómo se definen las unidades fundamentales y las derivadas?
- 27 - ¿Cuáles son las unidades fundamentales del Sistema Internacional?
- 28 - ¿Qué es medir?
- 29 - ¿Qué factores afectan al proceso de medir?
30. Es inherente al proceso de medición. Está definido como la diferencia entre el valor verdadero y el valor medido.



UNIDAD I. MOVIMIENTO



Introducción.

El Universo se encuentra en constante movimiento, los cuerpos presentan movimientos lentos, rápidos o periódicos. La Tierra describe un movimiento de rotación girando sobre su propio eje, al mismo tiempo que describe un movimiento de traslación alrededor del Sol, así como los electrones giran alrededor del núcleo atómico. A nuestro alrededor siempre observamos algo en movimiento; el agua de un río, las personas que pasan frente a nosotros, las nubes desplazándose en el cielo, la caída de las hojas de los árboles etc.

Cinemática es la rama de la Física que estudia las diferentes clases de movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que los provocan.

Se dice que un cuerpo tiene movimiento cuando cambia de posición a medida que transcurre el tiempo. El movimiento de los cuerpos puede ser de una dimensión, por ejemplo: el desplazamiento en línea recta de un tren o de un automóvil. Puede ser en dos dimensiones, por ejemplo: como el vuelo de un insecto, la trayectoria de un proyectil, etc.

Para analizar un movimiento, todo cuerpo puede ser considerado como partícula, por ejemplo: una piedra, un automóvil, un avión, un planeta etc. La velocidad desarrollada por una partícula es una magnitud vectorial que puede ser constante o variable. En esta unidad se analizarán dos tipos de movimiento: Rectilíneo (Uniforme, Uniformemente acelerado) y circular (Uniforme, Uniformemente acelerado).

Movimiento rectilíneo

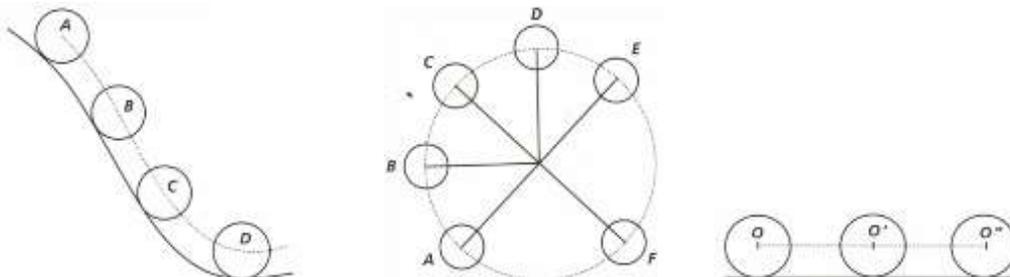
Cuando un cuerpo se encuentra en movimiento, su posición está variando respecto a un punto fijo. El estudio de la Cinemática nos permitirá conocer y predecir en qué lugar se encuentra un cuerpo, qué velocidad tendrá después de un intervalo de tiempo.

Descripción Cinemática de un Movimiento

Decimos que un cuerpo está en movimiento cuando, al transcurrir el tiempo, ocupa lugares distintos, por lo tanto:

MOVIMIENTO: Es el cambio de posición que experimenta un cuerpo.

La posición se da siempre en relación con un sistema de referencias.



Existen dos clases de sistemas de referencia: el absoluto y el relativo.

SISTEMA DE REFERENCIA RELATIVO. Es el que considera un punto móvil como referencia.

Alguna vez hemos abordado un autobús en el punto habitual en el cual se detiene. En el momento de su aproximación, sabemos que se mueve hacia nosotros, pero cuando lo abordamos, el vehículo no se nos aleja ni se nos acerca. Nos alejamos en él del lugar donde nos hallábamos.

Esta observación nos lleva a asegurar que las características del movimiento dependen siempre del sistema de referencia

- El vehículo se mueve, respecto del lugar en el cual se detiene, de una manera determinada.
- No cambia de posición respecto de nuestra ubicación dentro del mismo vehículo.

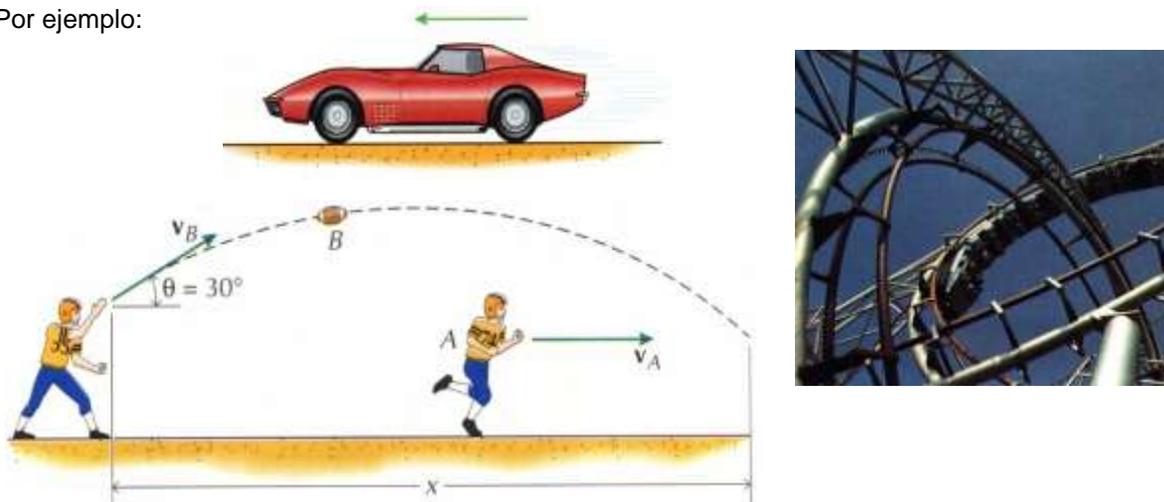
Definición de trayectoria, distancia y desplazamiento

Considerando su sistema de referencia, en la naturaleza se tienen dos tipos de movimientos: absoluto y relativo.

Estos movimientos pueden ser, considerando su trayectoria: rectilíneo, circular y parabólicos.

TRAYECTORIA. Es la línea que describe un cuerpo en su movimiento.

Por ejemplo:



Para iniciar los conceptos básicos de este tema, empezaremos por definir:

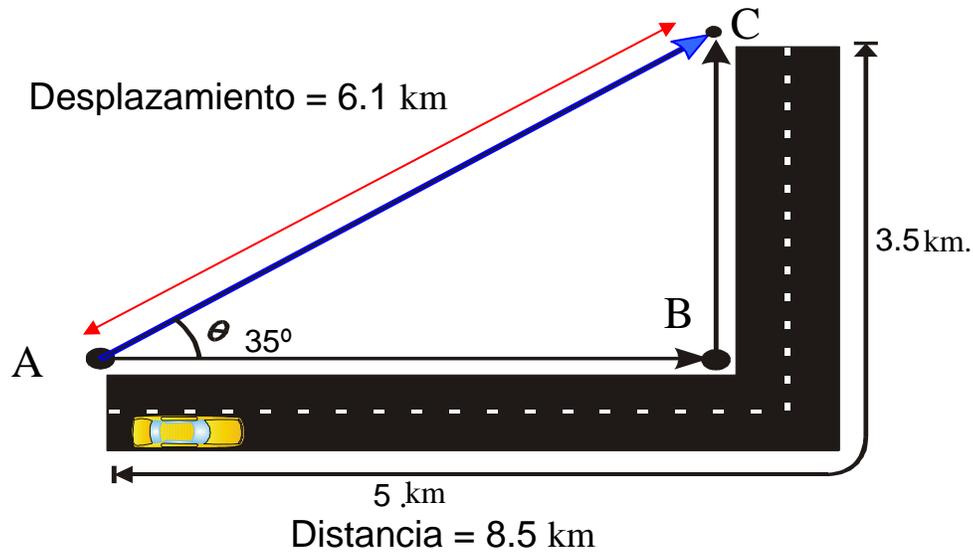
DISTANCIA

Es el espacio recorrido por un cuerpo y es una cantidad escalar. Es igual a la suma de todos los segmentos que conforman la trayectoria del cuerpo.

Y también el concepto de:

DESPLAZAMIENTO

Es el espacio recorrido por un cuerpo en determinada dirección y es una cantidad vectorial. Es igual a la distancia en línea recta entre dos puntos indicando la dirección.



Movimiento rectilíneo uniforme

La velocidad y la rapidez se emplean con frecuencia como sinónimos, pero no lo son. La diferencia está en que la rapidez es una cantidad escalar que indica únicamente la magnitud de la velocidad. La velocidad es una magnitud vectorial, ya que para quedar bien definida requiere que se señale su magnitud, dirección y sentido.

La rapidez se define de la siguiente manera:

RAPIDEZ. Es la distancia recorrida por un cuerpo con respecto al tiempo que tarda en efectuarlo.

y la velocidad tiene como definición:

VELOCIDAD. Es el desplazamiento que realiza un cuerpo, con respecto al tiempo que tarda en efectuarlo.

La velocidad se determina con la siguiente fórmula

donde:

$$v = \text{velocidad} \quad \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}, \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right)$$

s = desplazamiento (m, ft)

t = tiempo transcurrido (s)

$$v = \frac{s}{t}$$

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

Es cuando un cuerpo se deslaza en línea recta recorriendo distancias iguales en tiempos iguales.

En el movimiento rectilíneo el vector desplazamiento coincide numéricamente con la distancia, por este motivo se acostumbra a utilizar indistintamente los términos desplazamiento y distancia. De la misma forma rapidez y velocidad.

En el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) el cuerpo se desplaza con velocidad constante, tal y como lo muestran los siguientes ejercicios.

Ejercicios resueltos

1- Determina la velocidad en m/s de un móvil cuyo desplazamiento es de 20 km al Este, en un tiempo de 4 minutos.

Datos	Fórmula	Desarrollo
s = 20 km	$v = \frac{s}{t}$	$v = \frac{20000\text{ m}}{240\text{ s}}$
t = 4 min		$v = 83.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
v = ?		

Conversiones: $(20\text{ km})\left(\frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}}\right) = 20000\text{ m}$ $(4\text{ min})\left(\frac{60\text{ s}}{1\text{ min}}\right) = 240\text{ s}$

2- En un juego de golf una pelota viaja con una rapidez de 0.80 m/s si la pelota llega al hoyo después de 4 segundos de haber sido golpeada. ¿A qué distancia se encontraba el hoyo?

Datos	Fórmula	Desarrollo
$v = 0.80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$v = \frac{s}{t} \therefore$	s = vt
t = 4 s	s = vt	$s = (0.80 \frac{\text{m}}{\text{s}}) (4\text{ s})$
s = ?		s = 3.2 m

3- Una persona viaja en motoneta a una velocidad de 85 km/h. ¿Cuál es el tiempo que requiere para recorrer una distancia de 60 m?

Datos	Fórmula	Desarrollo
v = 23.61 m/s	$v = \frac{s}{t} \therefore$	$t = \frac{60\text{ m}}{23.61 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$
s = 60 m	$t = \frac{s}{v}$	t = 2.54 s
t = ?		

La mayoría de los movimientos que realizan los cuerpos no son uniformes, es decir sus desplazamientos generalmente no son proporcionales al cambio del tiempo, entonces se dice que el movimiento no es uniforme, sino que es variado.

En este movimiento se determina la velocidad media o promedio del cuerpo

VELOCIDAD MEDIA. Es el cambio de desplazamiento en el tiempo transcurrido.

La fórmula matemática de velocidad media es la misma que la rapidez media.

$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

Donde:

\bar{v} = velocidad media o velocidad promedio (m/s; ft/s)

s = desplazamiento (m, ft)

t = tiempo (s)

Aplicación de la velocidad media

Cuando un móvil experimenta dos velocidades distintas o más durante su movimiento se puede obtener velocidades promedio, si sumamos las velocidades y dividimos entre el número de velocidades sumadas.

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_o}{2}$$

Donde:

\bar{v} = velocidad media o velocidad promedio $\left(\frac{m}{s}, \frac{ft}{s}\right)$

v_f = velocidad final $\left(\frac{m}{s}, \frac{ft}{s}\right)$

v_o = velocidad inicial $\left(\frac{m}{s}, \frac{ft}{s}\right)$

Ejercicios resueltos

1- Determina la velocidad promedio de un automóvil que durante su recorrido hacia el Sur, tuvo las siguientes velocidades: $v_1 = 17.5$ m/s, $v_2 = 20$ m/s, $v_3 = 15$ m/s, $v_4 = 21.5$ m/s

Datos

Fórmula

Desarrollo

$$v_1 = 17.5 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{4}$$

$$\bar{v} = \frac{17.5 \frac{m}{s} + 20 \frac{m}{s} + 15 \frac{m}{s} + 21.5 \frac{m}{s}}{4}$$

$$v_2 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_3 = 15 \text{ m/s}$$

$$v_4 = 21.5 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = 18.5 \text{ m/s}$$

2. -Encuentra la velocidad media de un móvil que partió al norte con una velocidad inicial de 26 Km/h y su velocidad final fue de 70 km/h.

Datos

Fórmula

Desarrollo

$$v_o = 26 \text{ km/h}$$

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_o}{2}$$

$$\bar{v} = \frac{19.44 \frac{m}{s} + 7.22 \frac{m}{s}}{2}$$

$v_f = 70 \text{ km/h}$ Conversión de Unidades $\bar{v} = 13.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\bar{v} = ?$ $26 \frac{\text{km}}{\text{h}} \left(\frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \right) \left(\frac{1\text{hr}}{3600\text{s}} \right) = 7.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \left(\frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \right) \left(\frac{1\text{hr}}{3600\text{s}} \right) = 19.44 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3. -Una persona conduce un automóvil una distancia de 380 km con una rapidez media de 80 km/h. ¿Cuál será su rapidez media para los siguientes 380 km si tiene que cubrir su distancia en 10 horas?

Datos	Fórmula	Desarrollo
$s = 380 \text{ km}$	$\bar{v} = \frac{s}{t}$	$t = \frac{380\text{km}}{80 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$

$\bar{v} = 80 \text{ km/h}$	despejando tiempo	
$t = ?$	$t = \frac{s}{v}$	$t = 4.75 \text{ h}$

El tiempo total es de $10 \text{ h} - 4.75 \text{ h} = 5.25 \text{ h}$, si en los siguientes 380 km debe cubrir en 5.25 h. La rapidez media será:

Datos	Fórmula	Desarrollo
$s = 380 \text{ km}$	$\bar{v} = \frac{s}{t}$	$\bar{v} = \frac{380 \text{ km}}{5.25 \text{ h}}$
$t = 5.25 \text{ h}$		
$\bar{v} = ?$		$\bar{v} = 72.381 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Actividad complementaria: Instrucciones: resuelve el siguiente crucigrama

CRUCIGRAMA DE PROBLEMAS DE MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

	1			+	2			=	3				4	
										+				+
5			+	6		+	7		=	8				9
+				-			÷		=					=
10				11			12			13	÷	14	=	15
=				=			=							
16	X	17	=	18			19		X	20	=	21		

1. Encontrar la distancia recorrida por un cuerpo que tiene una velocidad constante de 35 m/s durante 15 s.
2. Un auto tiene un movimiento rectilíneo con una velocidad constante de 20 m/s durante 20 s. ¿Qué distancia recorrió?
3. Durante 50 s un cuerpo viaja a una velocidad de 18.5 m/s, ¿Qué distancia recorrió?
4. Un móvil que viaja a una velocidad constante recorre una distancia de 200 m en 10 s. Calcular su rapidez.
5. Un tren que lleva una velocidad constante, de 20 m/s, en 10 s ¿Qué distancia recorre?
6. Una persona recorre una pista recta de 400 m en 20 minutos. Determinar su velocidad en m/min.
7. Un estudiante para llegar a su casa de la escuela camina 160 m en 4 minutos. ¿Cuál es su velocidad considerándola constante?
8. Un avión recorre 260 m en un segundo ¿Qué valor tiene la magnitud de su velocidad?
9. Un cuerpo durante 4 s recorre una distancia de 16 m. ¿Cuál es su rapidez?
10. Una gaviota recorre 16 km en 4 horas ¿Cuál es la magnitud de su velocidad media?
11. Un auto viaja a 4 m/s. ¿Qué distancia recorre en 0.55 s?
12. Un perro que corre en línea recta a una a una velocidad de 10 m/s. ¿Qué tiempo emplea para recorrer 40 m?
13. Un gato recorre 20 m en 5 segundos. ¿Con qué rapidez se mueve?
14. Un móvil viaja 1000 m en 3600 s. ¿Expresa su velocidad en km/h?
15. Un auto recorre 4000 m 3600 s. ¿Expresa su velocidad en km/h?
16. Una persona recorre en 6 horas la carretera de 36 km que une dos ciudades ¿Con qué rapidez se desplaza?
17. La casa de Raúl está a 2 km de la escuela. ¿Cuál es su velocidad media en el viaje que hace de su casa a la escuela y de regreso a su casa?
18. Si una persona se encuentra a 6 metros de su casa y después de comprar la leche se encuentra a esa misma distancia. Calcular su velocidad media si han transcurrido 20 minutos.
19. Que distancia recorre un caracol que tiene una velocidad de 10 m/h, en 60 minutos.
20. Sandra recorre 20 m en 10 s ¿Cuál es su velocidad media?
21. Carlos viaja 20 km en una hora ¿Cuál es su rapidez promedio?

Problemas propuestos

1. Una mujer recorre una trayectoria rectilínea en su camioneta, primero a una velocidad constante de 50 km/h, luego a 70 km/h y después a 60 km/h, durante su trayecto al su trabajo. ¿Cuál será la velocidad promedio? **Resp: $V_p = 60$ km/h**
2. Para ir de una ciudad a otra que está al norte, un automovilista se desplazó a diferentes velocidades: 40 km/h, 60 km/h y 80 km/h, y tardó 3 horas para alcanzar su destino. ¿Cuál será la distancia recorrida por el auto? **Resp: $d = 180$ km**
3. ¿A que velocidad deberá desplazarse un avión en km/h para dirigirse desde la ciudad de México hasta Buenos Aires, Argentina, si la distancia entre ambas ciudades es de 8 835 000 m? El tiempo normal para el viaje es de 9.31 horas. **Resp: $v = 948$ km/h**
4. En los juegos olímpicos, el record en los 100 m planos es de 9.89 s. ¿Cuál es la velocidad que desarrollo el atleta vencedor en m/s y en km/h? **Resp: $v = 10.11$ m/s; 36.39 km/h**
5. En un juego de béisbol, un pitcher lanza la bola en línea recta a una velocidad de 90 millas/h; si la distancia a la que se encuentra el receptor es de 18 m, ¿Cuánto tiempo, en segundos, tarda esa bola en llegar a su destino? **Resp: $t = 0.44$ s**
6. Un ciclista se desplazó 8 km al oeste en un tiempo de 12 minutos. Calcular su velocidad en: km/h y b) m/s. **Resp: $v = 40$ km/h; $v = 11.11$ m/s al Oeste**

Movimiento rectilíneo uniformemente variado.

En la mayor parte de las situaciones reales, la velocidad de un objeto en movimiento no es constante si no que varía con el tiempo, esto es, el objeto aumenta o disminuye de velocidad. Esta variación de la velocidad recibe el nombre de la aceleración

Considerando que la velocidad es un vector, la aceleración también lo es y se define como:

ACELERACIÓN

Cantidad vectorial que representa la variación de la velocidad de un cuerpo con respecto al tiempo.

Su expresión matemática es:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

donde:

a = aceleración del móvil en $\left(\frac{m}{s^2}, \frac{ft}{s^2}\right)$

v_f = velocidad final del móvil en $\left(\frac{m}{s}, \frac{ft}{s}\right)$

v_o = Velocidad inicial de móvil en $\left(\frac{m}{s}, \frac{ft}{s}\right)$

t = tiempo en que se produce el cambio de velocidad en segundos (s)

Es muy común que, conociendo su velocidad inicial y la aceleración de un móvil se requiera calcular la velocidad final a cabo de cierto tiempo. Por lo tanto, despejando v_f de la ecuación anterior.

$$a = \frac{v_f - v_o}{t} \therefore$$

$$v_f = v_o + at$$

El signo de la aceleración será el mismo que tenga la variación de la velocidad. Por tanto:

- La aceleración será positiva cuando:
 - a) la velocidad es del signo positivo y experimenta un aumento.
 - b) La velocidad es de signo negativo y sufre una disminución, o sea, un frenado.
- La aceleración será negativa cuando:
 - a) La velocidad es de signo negativo y tiene un aumento
 - b) La velocidad es de signo positivo y disminuye, o sea, un frenado.

Ahora bien si la velocidad aumenta la aceleración es positiva. Si la velocidad disminuye, la aceleración es negativa.

Cuando la velocidad aumenta se dice que el cuerpo está acelerado, pero si la velocidad decrece se dice que el cuerpo desacelera.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Cuando un cuerpo se desplaza en línea recta y experimenta cambios de velocidad iguales en cada unidad de tiempo.

Ecuaciones Utilizadas en el M.R.U.V

El movimiento rectilíneo uniforme variado, la velocidad está cambiando constantemente de valor. Considerando el concepto de velocidad media y aceleración obtendremos las ecuaciones para la solución de ejercicios de movimiento cuando la aceleración es uniforme.

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_o}{2} \qquad \bar{v} = \frac{s}{t} \qquad a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

analizando las ecuaciones:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} \quad \text{-----} \quad 1$$

$$s = \bar{v} t \quad \text{-----} \quad 2$$

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_o}{2} \quad \text{-----} \quad 3$$

sustituyendo 3 en 2

$$s = \frac{v_f + v_o}{2} t \quad \text{-----} \quad 4$$

sabemos que: $v_f = v_o + a t$ ----- 5

sustituyendo 5 en 4

$$s = \frac{v_o + a t + v_o}{2} t \quad \text{-----} \quad 6$$

$$s = \frac{2v_o + a t}{2} t \quad \text{-----} \quad 7$$

Efectuando la operación (Multiplicando por t y dividiendo entre 2)

$$s = v_o t + \frac{a t^2}{2} \quad \text{-----} \quad 8$$

Cuando la velocidad inicial del móvil es cero $v_o = 0$

Entonces la ecuación se transforma en: $s = \frac{a t^2}{2}$ ----- 9

Para determinar las velocidades finales en un M.R.U.V. partimos de la ecuación

$$s = \frac{v_f + v_o}{2} t \quad \text{-----} \quad 4$$

sabemos que: $a = \frac{v_f - v_o}{t}$ ----- 10

multiplicando ec.10 por ec.4

$$a s = \left(\frac{v_f - v_o}{t} \right) \left(\frac{v_f + v_o}{2} \right) t \quad \text{---} \quad 11$$

$$a s = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2} \quad \text{-----} \quad 12$$

despejando la velocidad final $v_f^2 = v_o^2 + 2 a s$ ----- 13

Si $v_o = 0$ $v_f^2 = 2 a s$ ----- 14

de la ecuación 12 despejamos el desplazamiento

$$s = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2a} \dots\dots\dots 15$$

Si $v_o = 0$ $s = \frac{v_f^2}{2a} \dots\dots\dots 16$

Conclusión:

Las ecuaciones para calcular los desplazamientos y las velocidades finales en M.R.U.V. las cuales utilizaremos dependiendo de las situaciones en que se presente el movimiento son:

Fórmulas para el M.R.U.V.

Ecuaciones Generales
$v_f = v_o + a t$
$s = \left(\frac{v_f + v_o}{2} \right) t$
$v_f^2 = v_o^2 + 2 a s$
$s = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$

Si el móvil parte del reposo ($v_o = 0$) las ecuaciones se reducen a:
$v_f = a t$
$s = \frac{1}{2} v_f t$
$v_f^2 = 2 a s$
$s = \frac{1}{2} a t^2$

Ejercicios resueltos.

1. -Un motociclista lleva una velocidad de 2.5 m/s al sur, a los 4 segundos, su velocidad es de 7m/s. Determinar:
 - a) su aceleración
 - b) su desplazamiento en ese tiempo

Datos	Fórmula	Desarrollo
$v_o = 2.5 \frac{m}{s}$	$a = \frac{v_f - v_o}{t}$	$a = \frac{7 \frac{m}{s} - 2.5 \frac{m}{s}}{4 s}$
$v_f = 7 \frac{m}{s}$	$s = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$	$a = 1.125 \frac{m}{s^2}$
$t = 4 s$		
	$s = \left(2.5 \frac{m}{s}\right)(4 s) + \frac{\left(1.125 \frac{m}{s^2}\right)(4 s)^2}{2}$	
$a = ?$		$s = 10 \left(\frac{m}{s}\right)(s) + 9 \left(\frac{m}{s^2}\right)(s^2)$
$s = ?$		s = 19 m

2. -Determine la rapidez que llevará un ciclista a los 6 segundos, si al bajar por una pendiente adquiere una aceleración de 1.5 m/s^2 y parte con una rapidez inicial de 4 m/s .

Datos	Fórmula	Desarrollo
$v_o = 4 \frac{m}{s}$	$v_f = v_o + a t$	$v_f = 4 \frac{m}{s} + \left(1.5 \frac{m}{s^2}\right)(6 s)$
$t = 6 s$		$v_f = 4 \frac{m}{s} + 9 \left(\frac{m}{s^2}\right)(s)$
$a = 1.5 \frac{m}{s^2}$		$v_f = 13 \frac{m}{s}$
$v_f = ?$		

3. -La velocidad de un tren se reduce uniformemente de 14 m/s a 6 m/s . Sabiendo que durante ese tiempo recorre una distancia de 120 m , calcular:

- La desaceleración
- La distancia que recorre a continuación hasta detenerse suponiendo la misma desaceleración.

Datos	Fórmula	Desarrollo
$v_o = 14 \frac{m}{s}$	$v_f^2 = v_o^2 + 2 a s$	$a = \frac{\left(6 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(14 \frac{m}{s}\right)^2}{2 (120 \text{ m})}$
	despejando la aceleración	
$v_f = 6 \frac{m}{s}$	$a = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2 s}$	$a = \frac{36 \frac{m^2}{s^2} - 196 \frac{m^2}{s^2}}{240 \text{ m}}$
$s = 120 \text{ m}$		$a = -0.667 \frac{m}{s^2}$
$a = ?$		
$s = ?$		

b) ahora la velocidad inicial es $v_o = 6 \text{ m/s}$ y la velocidad final $V_f = 0$

Datos

Fórmula

Desarrollo

$$v_o = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_f^2 = v_o^2 + 2 a s$$

$$s = \frac{0 - \left(6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \left(-0.667 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}$$

despejando la aceleración

$$v_f = 0$$

$$s = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2 a}$$

$$s = \frac{-36 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{-1.334 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$a = -0.66 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$s = 26.99 \text{ m}$$

Ejercicios propuestos

1.- Un tren parte del reposo y experimenta una aceleración de 0.8 m/s^2 durante 0.10 minutos.
Determinar:
El desplazamiento y la velocidad en ese tiempo.

Respuesta: $s = 14.4 \text{ m}$ $V_f = 4.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

2. -Un móvil tiene una velocidad de 6 m/s y experimenta una aceleración de 3 m/s^2 la cual dura 12 segundos. Determinar:
a) El desplazamiento a los 12 segundos.
b) La velocidad que lleva a los 12 segundos.

Respuesta: $s = 288 \text{ m}$ $V_f = 42 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3. -Un camión de pasajeros arranca desde el reposo y mantiene una aceleración de 0.8 m/s^2 .
a) ¿En qué tiempo recorrerá una distancia de 0.5 km ?
b) ¿Qué rapidez llevará en ese tiempo en m/s y en km/h ?

Respuesta: $t = 35.355 \text{ s}$ $V_f = 28.284 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 101.822 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

4. -Un avión lleva una velocidad de 160 km/h en el momento en que inicia su aterrizaje y ha recorrido 1.8 km antes de detenerse. Determinar:
a) La aceleración
b) El tiempo que emplea para detenerse
c) La distancia que recorre a los 8 segundos de haber iniciado su aterrizaje

Respuesta: $a = -0.548 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $t = 81.094 \text{ s}$ $s = 337.984 \text{ m}$

5. -Una pelota al dejarla rodar por una pendiente adquiere una aceleración de 5 m/s^2 en 1.8 segundos.
¿Qué rapidez lleva en ese tiempo?
¿Qué distancia recorrió en pulgadas?

Respuesta: $v = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $s = 318.897 \text{ in}$

6. -Un automóvil lleva una velocidad de 25 km/h a los 6 segundos, su velocidad es de 70km/h. Calcular su aceleración.

Respuesta: $a = 2.08 \frac{m}{s^2}$

7. -Un automovilista que lleva una rapidez de 80 km/h aplica los frenos y se detiene en 5 segundos ante un semáforo, considerando la aceleración constante.

Calcular:

- a) La aceleración
- b) La distancia total recorrida desde que se aplicó los frenos hasta detenerse.
- c) La rapidez que lleva a los 2 segundos de haber aplicado los frenos.
- d) La distancia que recorrió durante los primeros 2 segundos de haber frenado.

Respuesta: $a = -4.44 \frac{m}{s^2}$ $s = 55.56 \text{ m}$ $v = 13.34 \frac{m}{s}$ $s = 35.56 \text{ m}$

Actividad complementaria

Instrucciones: resuelve los siguientes crucigramas

CRUCIGRAMA DE PROBLEMAS DE MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME ACELERADO

1		X	2		=	3				4		
X			+					X				+
5		6			+	7			=	8		
=			=					=				=
9	+	10		=	11			12	+	13	=	14

1. Un auto parte del reposo con una aceleración de 6 m/s². Calcular la velocidad alcanzada a los 6 s.
2. En un instante dado la velocidad de un auto es de 10 m/s y en otro instante posterior alcanza la velocidad de 30 m/s. Calcular la velocidad media en dicho intervalo.
3. ¿Qué distancia recorre un auto que parte del reposo con una aceleración de 14.4 m/s², durante 10 segundos?
4. Si la velocidad de un auto después de haber transcurrido 10 minutos es de 7522 m/min ¿Cuánto vale la velocidad inicial si tiene una aceleración de 6 m/min²?
- 5.Cuál es la velocidad inicial de un tren si después de haber recorrido 20 metros a una aceleración de 4 m/s² alcanzó una velocidad de $\sqrt{164}$ m/s
- 6.Cuál es la velocidad de un auto después de que han transcurrido 9 s si parte con una velocidad inicial de 10 m/s y una aceleración de 10 m/s² ?
7. ¿Qué distancia recorrió un cohete durante dos segundos con una aceleración de 102 m/s², si partió del reposo?
8. Calcular la velocidad media de un móvil cuya velocidad inicial es de 10 m/s y velocidad final de 598 m/s ?
9. Calcular la aceleración de un móvil que en un lapso de 4 segundos aumenta su velocidad de 6 m/s a 30 m/s.

10. Un móvil con una aceleración de 5 m/s^2 aumenta su velocidad a un valor igual a 32 m/s en 4 segundos. Determinar la velocidad inicial.
11. Si un tren con una velocidad inicial de 2 m/s la incrementa a 6 m/s en un lapso de 6 segundos. Calcular la distancia recorrida por el tren en ese lapso de tiempo.
12. Si un auto recorre una distancia de 180 m en 10 segundos a velocidad constante. ¿Cuál es el valor de su aceleración?
13. Un camión que parte del reposo con una aceleración de 3 m/s^2 . ¿Qué distancia recorre en un tiempo de dos segundos?
14. Calcula la distancia que recorre un auto que parte del reposo con una aceleración de 3 m/s^2 para llegar a tener una velocidad de 6 m/s .

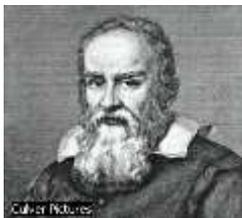
Problemas propuestos:

1. Una camioneta lleva una velocidad inicial de 6 m/s ; al cabo de 4 segundos incrementa su velocidad a 20 m/s ¿Cuál es su aceleración y que distancia recorre? **R: $a = 3.5 \text{ m/s}^2$; $d = 52 \text{ m}$**
2. Calcula la rapidez que lleva un ciclista a los 3 s, si al bajar por una pendiente adquiere una aceleración de 2 m/s^2 y partió del reposo con una velocidad de 2 m/s . **R: 8 m/s**
3. Un automóvil con una velocidad inicial de 5 m/s acelera durante 12 s a 3 m/s^2 , ¿Cuál es la velocidad final? ¿Qué distancia recorrerá durante ese tiempo? **R: $v = 41 \text{ m/s}$; $s = 276 \text{ m}$**
4. Un tren reduce su velocidad de 60 km/h a 30 km/h en un tiempo de 10 s ¿Cuál es su aceleración? ¿Qué distancia recorre durante ese tiempo? **R: $a = -0.833 \text{ m/s}^2$; $s = 162.435 \text{ m}$**
5. Un tren viaja a 8 m/s cuando de golpe se abre completamente la válvula de paso, lo que implica un cambio uniforme de la velocidad, y se mantiene abierta durante una distancia de 1.5 km . Si la aceleración es de 0.20 m/s^2 y es constante, ¿Cuál es la velocidad final? **R: $v = 25.78 \text{ m/s}$**
6. Un automóvil inicia su movimiento desde el reposo y adquiere una rapidez de 60 km/h en 11 s, después de lo cual se mantiene con una rapidez constante durante 5 s.
 - a) La aceleración en m/s^2 **R: 1.51 m/s^2**
 - b) La distancia recorrida durante la aceleración **R: 91.35 m**
 - c) La distancia a los 3 segundos de haber adquirido esa rapidez **R: 6.79 m**
 - d) La rapidez 6s después del arranque **R: 9.06 m/s**
7. Un auto va frenando y reduce su velocidad de 54 km/h a 25.2 km/h al recorrer 90 m . Calcula:
 - a) ¿Cuál será su aceleración? **R = $a = 0.98 \text{ m/s}^2$**
 - b) ¿Qué distancia recorrerá antes de alcanzar el reposo? **R = $s = 25 \text{ m}$**
8. Un automóvil lleva una velocidad de 21.6 km/h y alcanza los 72 km/h recorriendo una distancia de 0.07 km . Calcula:
 - a) ¿Cuál será su aceleración en m/s^2 ? **R: $a = 2.6 \text{ m/s}^2$**
 - b) ¿Cuánto tiempo transcurre durante el movimiento? **R: $t = 5.4 \text{ s}$**
9. Un automóvil cambia su velocidad de 15 m/s a 18 m/s en un tiempo de 4 s. Calcula:
 - a) Su velocidad media **R: $v = 16.5 \text{ m/s}$**
 - b) Su aceleración **R: $a = 0.75 \text{ m/s}^2$**
 - c) La distancia recorrida **R: $d = 66 \text{ m}$**
10. Un automóvil parte del reposo con una aceleración de 7.5 m/s^2 . calcula:
 - a) Su velocidad a los 10 s **R: $v = 75 \text{ m/s}$**
 - b) La distancia que recorre en ese tiempo **R: $s = 375 \text{ m}$**

11. Un avión parte del reposo y aumenta su velocidad hasta 74.79 m/s en una distancia de 2.2 km.
 Calcula:
 a) El tiempo que tarda en recorrer los 2.2 km **R: t = 58.8 s**
 b) Su aceleración en m/s² **R: a = 1.27 m/s²**
12. Antes de detenerse totalmente, un avión comercial recorre una distancia de 1200 m desacelerando constantemente a partir de una velocidad inicial de 29.92 m/s. Calcula:
 a) ¿Cuál es su aceleración antes de detenerse? **R: a = - 0.375 m/s²**
 b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse? **R: t = 80 s**
13. Un chofer maneja su vehículo a 90 km/h y frena súbitamente y su auto se detiene a los 5 s.
 Calcula:
 a) ¿Cuál será la aceleración del vehículo? **R: a = - 5 m/s²**
 b) ¿Qué distancia recorrerá durante ese lapso? **R: d = 62.5 m**

Aceleración debida a la gravedad.

En la vida cotidiana es muy común observar la caída de los cuerpos sobre la superficie de la Tierra, pero, ¿nos hemos preguntado el tiempo que tarda en caer el cuerpo? ¿Has pensado que pasa si se dejan caer de manera simultánea dos cuerpos de diferente tamaño? Encuentra tu respuesta realizando el experimento.



El científico Italiano **Galileo Galilei** fue el primero en demostrar que todos los cuerpos, ya sean grandes o pequeños, no considerando la fricción del aire caen a la tierra con la misma aceleración.

El movimiento de caída libre es un ejemplo de movimiento rectilíneo uniformemente variado, si dejas caer un objeto desde cierta altura observarás que éste se mueve más de prisa conforme se aproxima al suelo. Si dejamos caer desde cierta altura un cuerpo grande y uno pequeño, ambos llegarán al suelo al mismo tiempo, por lo tanto podemos afirmar que todos los cuerpos en caída libre experimentan una aceleración por efecto de la Fuerza de gravedad que ejerce la Tierra, provocando un movimiento uniformemente variado, motivo por el cual su velocidad aumenta en forma constante.

La aceleración de la gravedad (**g**) es una magnitud vectorial cuya dirección y sentido están dirigidos hacia el centro de la tierra. La cual se considera constante al nivel del mar, teniendo pequeñas variaciones (aumenta hacia los polos y disminuye en el ecuador) el valor máximo en los polos es: 9.83 m/s². El valor mínimo en el ecuador es: 9.78 m/s², sin embargo, se acepta un valor promedio de 9.8066 m/s². Dicha cantidad se redondea y se considera en forma aproximada, expresada en diferentes unidades con los siguientes valores
 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ y/o $g = 32 \text{ ft/s}^2$

Donde **g** =aceleración debida a la Fuerza de gravedad.

FUERZA DE GRAVEDAD

Atracción manifestada entre la tierra y los cuerpos que se encuentran en su superficie o cerca de ella.

Tiro vertical y caída libre de los cuerpos.

CAÍDA LIBRE

Un cuerpo tiene una caída libre si el objeto cae bajo la influencia de la Fuerza de gravedad, no considerando la resistencia del aire.

Por ejemplo:



Al caer desde una escalera.

Para resolver ejercicios de caída libre se utilizan las mismas ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), substituyendo la letra **a** de aceleración por **g** que representa la aceleración de la gravedad, y la letra **s** de distancia por **h** que representa a la altura. Por lo tanto, las ecuaciones generales para caída libre de los cuerpos serán:

$h = V_0 t + \frac{g t^2}{2}$	$V_f = V_0 + g t$
$h = \frac{V_f^2 - V_0^2}{2g}$	$V_f^2 = V_0^2 + 2 g h$
$h = \left(\frac{V_f + V_0}{2} \right) t$	

h = altura (m, ft)

V_0 = velocidad inicial $\left(\frac{m}{s}, \frac{ft}{s} \right)$

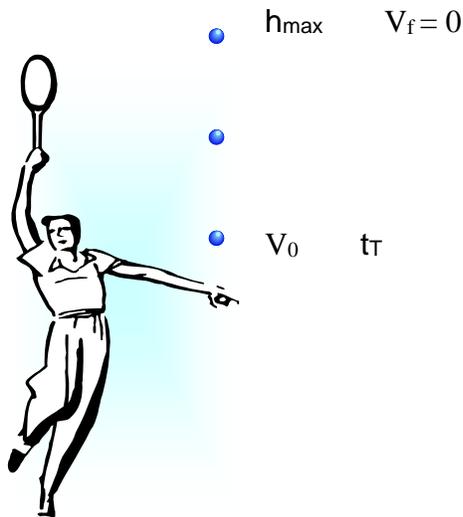
V_f = velocidad final $\left(\frac{m}{s}, \frac{ft}{s} \right)$

t = tiempo (s)

g = aceleración de la gravedad $\left(\frac{m}{s^2}, \frac{ft}{s^2} \right)$

Tiro vertical.

Este movimiento se presenta cuando un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba, observándose que su velocidad va disminuyendo por el efecto de la fuerza de gravedad que ejerce la Tierra, hasta anularse al alcanzar su altura máxima ($v_f = 0$); no considerando la fricción del aire el movimiento que adquiere es rectilíneo uniformemente variado.



Como lo indica la siguiente figura de un jugador de tenis que ensaya su tiro vertical, después de alcanzar la pelota su altura máxima, inicia su descenso para llegar al mismo punto de donde fue lanzado y adquiere la misma velocidad con la cual partió. De igual manera, el tiempo empleado en subir, es el mismo utilizado en bajar. En conclusión él tiro vertical sigue las mismas leyes de la caída libre de los cuerpos y por lo tanto, emplea las mismas ecuaciones.

La fuerza de la gravedad está dirigida hacia abajo y el movimiento es hacia arriba, por lo cual el cuerpo experimenta una desaceleración o aceleración negativa.

En este tipo de movimiento generalmente resulta importante calcular la altura máxima alcanzada por un objeto, el tiempo que tarda en subir hasta alcanzar su altura máxima y el tiempo que permanece en el aire, por tal motivo, haremos las deducciones de las ecuaciones necesarias para determinar dichas magnitudes a partir de las ecuaciones generales para la caída libre de los cuerpos.

Para determinar la altura máxima que alcanza un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba usamos la ecuación:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2 g h$$

Cuando el cuerpo alcanza su altura máxima (h_{max}) su velocidad final es cero, por lo tanto:

$$0 = v_0^2 + 2 g h_{max}$$

Despejando a la altura máxima tenemos:

$$h_{\max} = -\frac{v_0^2}{2g}$$

Para determinar el tiempo que tarda en subir utilizamos la ecuación:

$$v_f = v_0 + g t$$

Cuando un cuerpo alcanza su altura máxima, su velocidad final es cero, por tanto:

$$0 = v_0 + g t_s$$

Despejando el tiempo que tarda en subir tenemos:

$$t_s = -\frac{v_0}{g}$$

Como el tiempo que tarda en subir es el mismo para bajar, entonces el tiempo que permanece en el aire será:

$$t_T = 2t_s$$

Es decir:

$$t_T = -\frac{2v_0}{g}$$

En el análisis de éste movimiento empleamos la siguiente convención de signos:

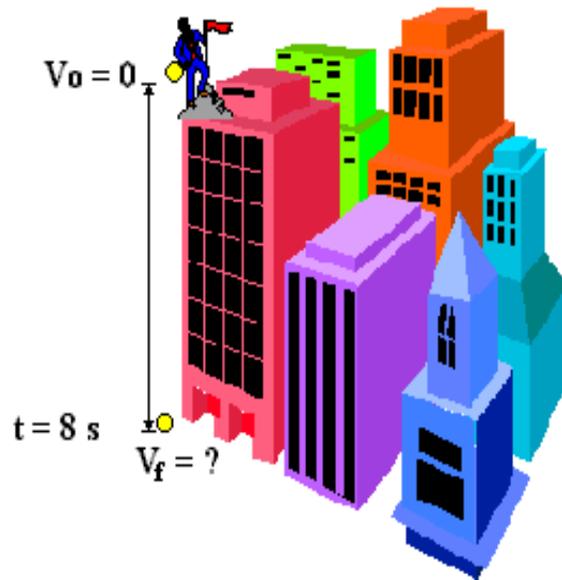
- a) Los desplazamientos o alturas medidos arriba del origen de lanzamiento son positivos.
- b) Los desplazamientos o alturas medidos abajo del origen de lanzamiento son negativos.
- c) La velocidad hacia abajo en cualquier punto de la trayectoria rectilínea es negativa.
- d) La velocidad hacia arriba en cualquier punto de la trayectoria rectilínea es positiva.
- e) La magnitud de la aceleración de la gravedad es siempre negativa suba o baje el cuerpo.

Ejercicios resueltos.

1.- Una piedra se deja caer desde la azotea de un edificio y tarda 8 segundos en llegar al suelo.

Determinar:

- a) La altura del edificio,
- b) La velocidad con que choca en el suelo.



Datos

$$V_0 = 0$$

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$h = ?$$

$$\text{a) } V_f = ?$$

Formulas

$$h = V_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$V_f = V_0 + g t$$

Desarrollo

$$\text{a) } h = V_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

Como $V_0 = 0$ tenemos $h = \frac{g t^2}{2}$

$$h = \frac{(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(8 \text{ s})^2}{2} = 313.6 \text{ m}$$

$$h = 313.6 \text{ m}$$

$$\text{b) } V_f = V_0 + g t$$

Como $V_0 = 0$ tenemos que: $V_f = g t$

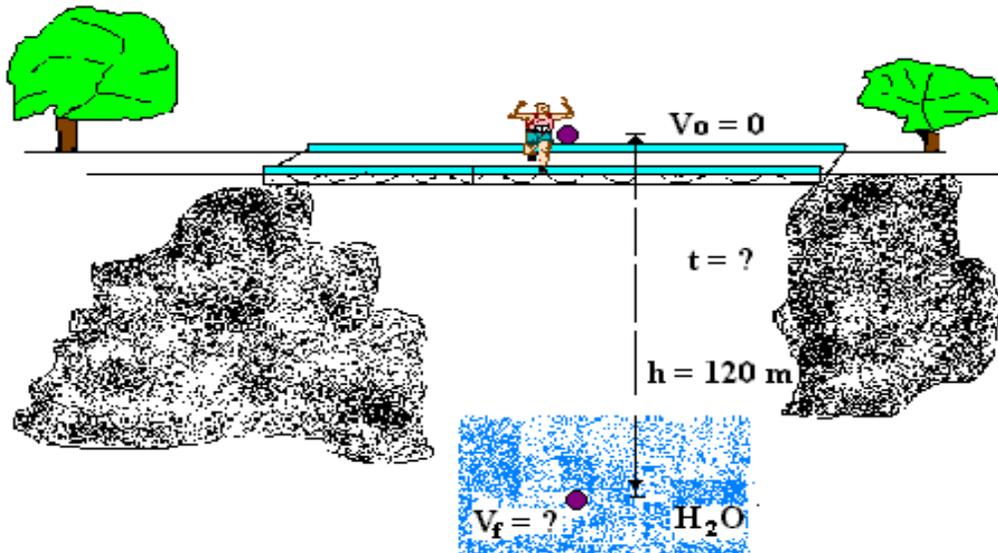
$$V_f = (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(8 \text{ s}) = 78.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_f = 78.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.- Un niño deja caer una pelota desde un puente que está a 120 m de altura sobre el nivel del agua.

Determinar:

- ¿Qué tiempo tardará en caer?
- ¿Con qué velocidad choca en el agua?



Datos

$V_0 = 0$

$h = 120 \text{ m}$

$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) $t = ?$

b) $V_f = ?$

Formulas

$h = V_0 t + \frac{g t^2}{2}$

$V_f = V_0 + g t$

Desarrollo

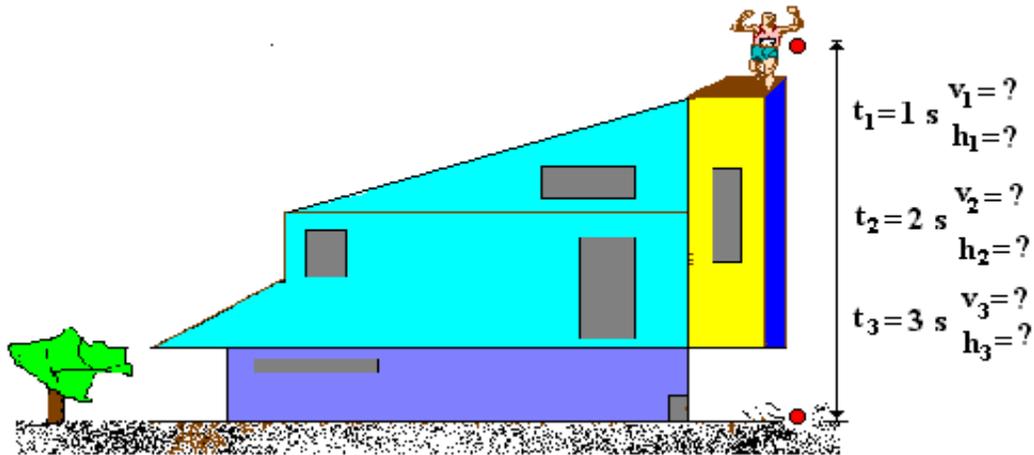
a) $h = V_0 t + \frac{g t^2}{2}$ como $V_0 = 0$ tenemos: $h = \frac{g t^2}{2}$ Despejando el tiempo

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ Sustituyendo datos $t = \sqrt{\frac{2(120 \text{ m})}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 4.948 \text{ s}$ **$t = 4.948 \text{ s}$**

b) $V_f = V_0 + g t$ como $V_0 = 0$ tenemos $V_f = g t$

$v_f = (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(4.948 \text{ s}) = 48.490 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **$V_f = 48.490 \frac{\text{m}}{\text{s}}$**

3.-Una pelota se deja caer libremente desde un techo de una casa. Encontrar su velocidad y su posición después de 1, 2 y 3 segundos.



Datos:

$$\begin{aligned}
 t_1 &= 1 \text{ s} & V_1 &= ? \\
 & & h_1 &= ? \\
 t_2 &= 2 \text{ s} & V_2 &= ? \\
 & & h_2 &= ? \\
 t_3 &= 3 \text{ s} & V_3 &= ? \\
 & & h_3 &= ?
 \end{aligned}$$

Formulas:

$$h = V_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$V_f = V_0 + g t$$

Desarrollo

$$V_1 = V_0 + g t_1 \quad \text{Como } V_0 = 0 \quad \text{tenemos} \quad V_1 = g t_1$$

$$\text{Sustituyendo datos } V_1 = (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(1 \text{ s}) = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_1 = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h_1 = V_0 t + \frac{g t^2}{2} \quad \text{Como } V_0 = 0 \quad h_1 = \frac{g t_1^2}{2}$$

$$\text{Sustituyendo datos } h_1 = \frac{(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(1 \text{ s})^2}{2} = 9.4 \text{ m} \quad h_1 = 9.4 \text{ m}$$

$$V_2 = g t_2$$

$$V_2 = (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(2 \text{ s}) = 19.6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad V_2 = 19.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h_2 = \frac{g t_2^2}{2} = \frac{(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(2 \text{ s})^2}{2} = 19.6 \text{ m} \quad h_2 = 19.6 \text{ m}$$

$$V_3 = g t_3$$

$$V_3 = (9.8 \frac{m}{s^2})(2 s) = 29.4 \frac{m}{s}$$

$$V_3 = 29.4 \frac{m}{s}$$

$$h_3 = \frac{g t_3^2}{2} = \frac{(9.8 \frac{m}{s^2})(3 s)^2}{2} = 44.1 m$$

$$h_3 = 44.1 m$$

Si la altura del edificio fuera 150 m cual sería la velocidad final.

$$h = \frac{g t^2}{2} \quad \text{Despejando el tiempo}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 h}{g}} = \sqrt{\frac{2(150 m)}{9.8 \frac{m}{s^2}}} = 5.53 s$$

$$t = 5.53 s$$

$$V_f = g t = (9.8 \frac{m}{s^2})(5.53 s) = 54.22 \frac{m}{s}$$

$$V_f = 54.22 \frac{m}{s}$$

Ejercicios propuestos.

Instrucciones:

I - Seleccione la respuesta correcta y colóquela en el paréntesis.

1.-En el movimiento de caída libre cerca de la superficie terrestre, la aceleración es: ()

a).Variable

b) Cero

c) Constante

d) Está en función del tiempo.

2.- Si se suelta un cuerpo desde la parte alta de un edificio, ¿en qué tiempo adquiere la velocidad de

$$50 \frac{m}{s} ? ()$$

a) 5.10 s

b) 4.50 s

c) 4.80 s

d) 5.60 s

3.- Un malabarista actúa en una habitación cuyo techo se encuentra a 2.70 m por encima de la altura de sus manos. Lanza verticalmente hacia arriba una pelota de modo que alcance justamente el techo ¿Con qué velocidad inicial lanzó la pelota? ()

a) 5.4 $\frac{m}{s}$

b) 9.8 $\frac{m}{s}$

c) 10.2 $\frac{m}{s}$

d) 7.3 $\frac{m}{s}$

II.- Resuelve los siguientes ejercicios.

4.- Se tira una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad inicial de 8 m/s. Determinar:

a) ¿Qué velocidad llevará a los 4 segundos de su caída?

b) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?

()

Respuesta:

a) $V = 47.2 \frac{m}{s}$

b) $V = 50.3 \frac{m}{s}$

c) $V = 38.9 \frac{m}{s}$

d) $V = 41.5 \frac{m}{s}$

$h = 110 m$

$h = 155 m$

$h = 89.9 m$

$h = 102.6 m$

5.-Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 20 m/s.

- a) ¿Qué distancia recorre a los 2 segundos?
- b) ¿Qué velocidad lleva a los 2 segundos?
- c) ¿Qué altura máxima alcanza?
- d) ¿Cuánto tiempo dura en el aire?

Respuesta:

a) $h = 20.4 \text{ m}$

$$V = 0.4 \frac{m}{s}$$

$$h_{\max.} = 20.41 \text{ m}$$

$$t = 4.08 \text{ s}$$

b) $h = 16.7 \text{ m}$

$$V = 0.8 \frac{m}{s}$$

$$h_{\max.} = 17.23 \text{ m}$$

$$t = 3.23 \text{ s}$$

c) $h = 17.3 \text{ m}$

$$V = 0.7 \frac{m}{s}$$

$$h_{\max.} = 27.12 \text{ m}$$

$$t = 2.89 \text{ s}$$

d) $h = 23.9 \text{ m}$

$$V = 0.2 \frac{m}{s}$$

$$h_{\max.} = 17.9 \text{ m}$$

$$t = 4.9 \text{ s}$$

Actividad complementaria

CRUCIGRAMA DE CAÍDA LIBRE

1		+	2			=	3			
+							x			+
4	x	5	=	6			7	8		
=							=			=
9	+	10			=	11			12	

En la solución de los ejercicios considera $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Calcular el tiempo que tarda en caer una manzana si llega al piso con una velocidad de 100 m/s.
2. Si una piedra tarda en caer 100 s. Determinar la velocidad con que se impacta en el piso.
3. Si desde un acantilado se deja caer una piedra. Determinar su velocidad media, si la velocidad con que se impacta en el fondo es de 2020 m/s.
4. ¿Qué tiempo tarda en caer un objeto que se suelta desde una altura de 125 m?
5. Una canica tarda en caer 0.04 s ¿Conque velocidad se impacta en el piso?
6. ¿Qué distancia recorre un móvil después de 2 s, al soltarlo desde el techo de un edificio de 100 m de altura?
7. Una torre tiene una altura de 245 m. ¿Qué tiempo tarda en caer un objeto al soltarlo desde el punto más alto?
8. Desde un globo se deja caer un costal. ¿Qué tiempo tarda en recorrer 2000 m?
9. Un cuerpo recorre en caída libre desde que se libera una distancia de 180 m. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrerla?
10. ¿Con qué Velocidad se impacta una pelota que tarda 18.1 s en tocar el piso desde su liberación en caída libre.
11. Una bomba se deja caer desde un helicóptero, ¿qué tiempo tarda en caer si la velocidad de impacto es de 1870 m/s.

12. Calcular la velocidad media de una pelota que se impacta en el piso con una velocidad de 40 m/s, cuando se deja caer de manera vertical.

Tiro parabólico.

En los temas anteriores has estudiado el movimiento de un cuerpo en una sola dimensión o línea recta, a lo largo de "x" y "y":

- MRU Y MRUV en el eje "x"
- Caída libre y Tiro vertical en el eje "y"

En éste tema analizaremos el movimiento de proyectiles en dos dimensiones o en los ejes (x, y).
¿Conoces este tipo de movimiento de proyectiles?

¿Alguna vez te has preguntado también que tipo de movimiento describe un cuerpo cuando este es lanzado desde la superficie de la tierra o desde un avión? **¿Interesante verdad?**, te invito a descubrir las respuestas mediante la siguiente reflexión.

Un lanzamiento de un cuerpo desde la superficie terrestre se presenta cuando se juega fútbol, imagínate a un portero que despeja una pelota, o en un partido de golf considerando que la pelota es lanzada con un ángulo de inclinación respecto con el eje horizontal, ¿Será el mismo movimiento que describe la pelota de fútbol con la que describe la pelota de golf? Espero que ya conozca la respuesta, para reafirmarla realiza la siguiente actividad, lanza cualquier objeto que tengas disponible con un ángulo de inclinación y observa la trayectoria que describe, de acuerdo, confirmamos **la trayectoria es parabólica.**

Por otra parte desafortunadamente también observamos en la TV. o en el Cine, el movimiento parabólico que describe un misil cuando este es lanzado desde un avión de combate aéreo.

Espero que te encuentres motivado por conocer más de éste interesante y apasionante tema del tiro parabólico, a continuación definiremos el concepto de trayectoria parabólica.

Definición de Trayectoria Parabólica

Un cuerpo que es lanzado y no tiene la capacidad de propulsión propia recibe el nombre de **proyectil.**

Trayectoria parabólica

Cuando un proyectil es lanzado con una velocidad inicial y forma un ángulo con el eje horizontal este tiende a seguir una trayectoria parabólica debido a la acción de la fuerza de gravedad.

Por ejemplo:

Se presenta en las disciplinas deportivas y en algunas otras actividades cotidianas que se describen a continuación.



(a)
El lanzamiento del disco.



(b)
El lanzamiento del balón de fútbol americano con un ángulo de inclinación.

¿Es interesante el tema verdad? Continuemos trabajando en nuestro aprendizaje:

El movimiento de proyectiles es en dos dimensiones, para fines de cálculo se estudia como el resultado de dos movimientos independientes uno horizontal "x" y uno vertical "y".

El **movimiento horizontal** se caracteriza por ser un MRU (velocidad constante).

El **movimiento vertical** se caracteriza por ser un MRUV (aceleración constante), por la acción de la fuerza de gravedad.

En ambos movimientos no se considera la fricción del aire.

El Tiro Parabólico es de dos clases:

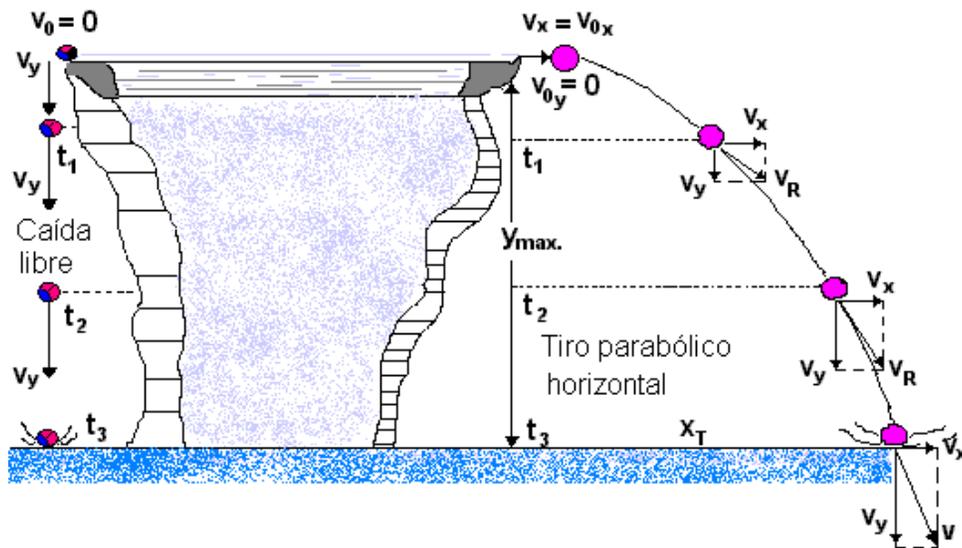
- a) Tiro Parabólico horizontal
- b) Tiro Parabólico oblicuo o angular

Tiro parabólico horizontal.

Se caracteriza por la trayectoria o camino curvo seguido por un cuerpo al ser lanzado horizontalmente de cierta altura sobre la superficie de la tierra.

El movimiento horizontal se caracteriza por tener velocidad constante.

El movimiento vertical se inicia con una velocidad cero la cual aumenta en la misma proporción de otro cuerpo que se dejará caer desde la misma altura en el mismo instante, como lo muestra la siguiente figura.



Las ecuaciones matemáticas del movimiento parabólico horizontal son:

$v_{0x} = v_x$
$v_{0y} = 0$

Las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial del lanzamiento:

$x = (v_{0x})(t)$

$$y = v_{0y}t + \frac{g t^2}{2}$$

Posición vertical y horizontal en cualquier tiempo:

$$v_y = v_{0y} + g t$$

$$v_x = v_{0x}$$

Velocidad vertical y horizontal en cualquier tiempo:

$$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x}$$

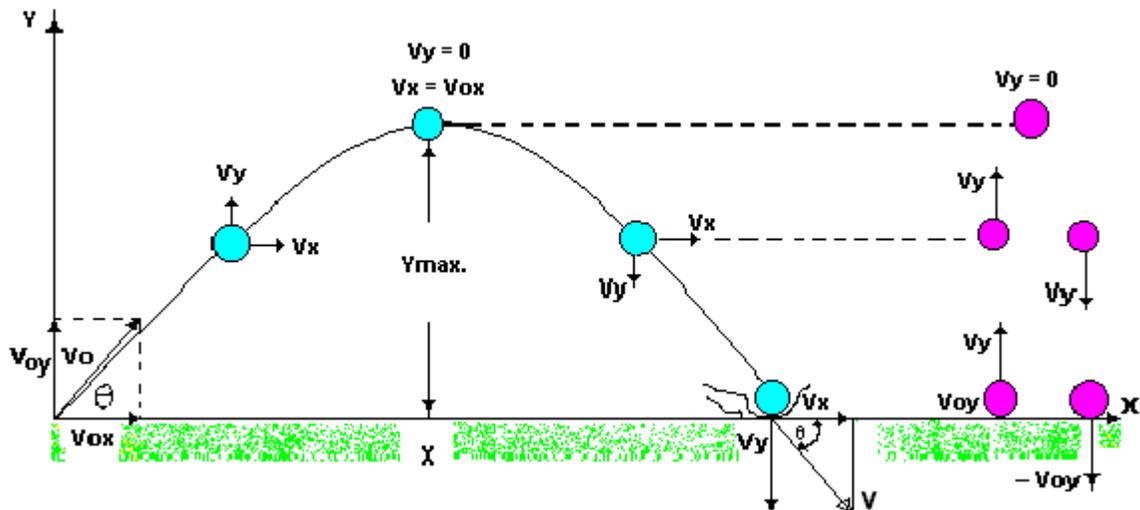
Para conocer la velocidad del proyectil en un punto determinado de su trayectoria sumamos vectorialmente las dos componentes de ella es decir, obtener la magnitud de la velocidad resultante. Donde:

- v_{0x} . = Velocidad inicial en la dirección X (m/s)
- t = Tiempo (s)
- y = Altura (m)
- v_{0y} = Velocidad inicial en la dirección Y (m/s)
- v_x = Velocidad en la dirección x (es constante) (m/s)
- g = Gravedad (9.8 m/s)
- v_y = Velocidad en la dirección vertical (m/s)
- x = Alcance horizontal (m)

Tiro parabólico oblicuo.

Se caracteriza por la trayectoria descrita por un cuerpo lanzado con una velocidad inicial, que forma un ángulo con el eje horizontal.

Como se observa en la figura.



El proyectil inicia su ascenso con una velocidad y con ángulo determinado. Al descomponer la velocidad inicial en sus componentes rectangulares, encontramos el valor de la velocidad vertical, y

de la velocidad horizontal. La velocidad vertical le permite avanzar hacia arriba como si hubiera sido lanzada en tiro vertical. Por esta razón, la velocidad va disminuyendo hasta anularse ($\mathbf{V}_y = \mathbf{0}$) debido a la acción de la gravedad de la tierra, alcanzando su altura máxima. A partir de ésta inicia su descenso y la velocidad vertical comienza a aumentar, tal como sucede con un cuerpo en caída libre, por tanto, al llegar al suelo tendrá la misma velocidad vertical con la cual inicio su ascenso.

Por otra parte, la componente horizontal, le permite desplazarse como lo haría un cuerpo con movimiento rectilíneo uniforme. Por tal motivo, la velocidad horizontal permanecerá constante todo el tiempo que el proyectil permanezca en el aire.

Las ecuaciones matemáticas del tiro parabólico oblicuo son:

Las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial del lanzamiento. Donde: $\theta =$ Ángulo de elevación con respecto a la horizontal.

$v_{0x} = v_0 \text{ Cos}\theta$
$v_{0y} = v_0 \text{ Sen}\theta$

Posición horizontal y vertical en cualquier tiempo.

$x = (v_{0x})(t)$
$y = v_{0y}t + \frac{g t^2}{2}$

Velocidad vertical y horizontal en cualquier tiempo.

$v_y = v_{0y} + g t$
$v_x = v_{0x}$

La posición y la velocidad en cualquier punto de la trayectoria a partir de sus componentes.

$s = \sqrt{x^2 + y^2}$
$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Para calcular el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.

$t = -\frac{v_{0y}}{g} = -\frac{v_0 \text{ Sen}\theta}{g}$
--

El tiempo para regresar al nivel de lanzamiento.

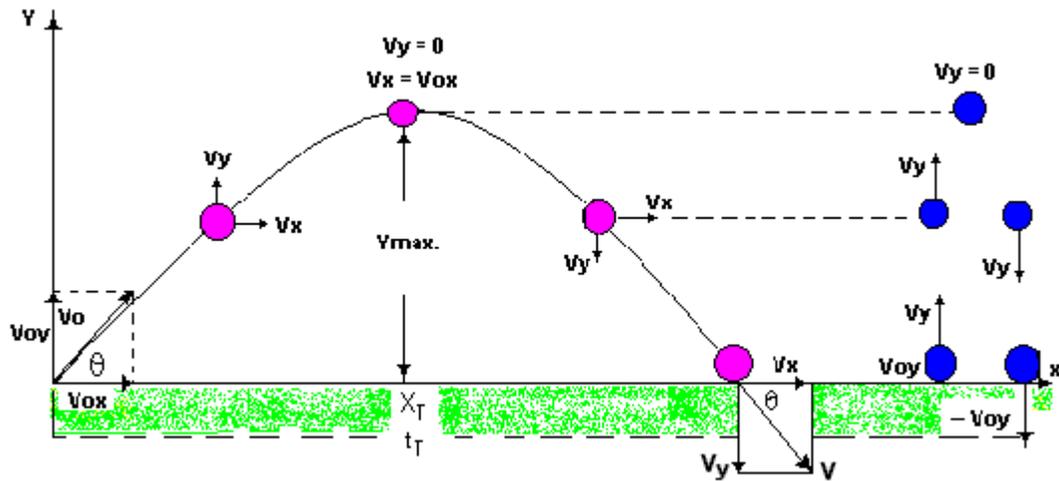
$t_T = 2t = -\frac{2(v_{0y})}{g} = -\frac{2(v_0 \text{ Sen}\theta)}{g}$

El alcance horizontal máximo.

$x_T = (v_{0x})(t_T) = (v_0 \text{ Cos}\theta)(t_T)$
--

La altura máxima alcanzada

$y_{\text{max}} = -\frac{(v_{0y})^2}{2g} = -\frac{(v_0 \text{ Sen}\theta)^2}{2g}$



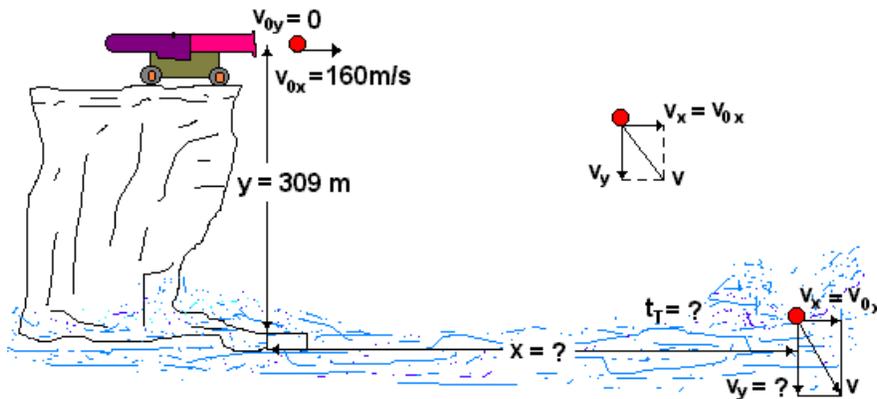
Aquí se observa que el proyectil describe una trayectoria parabólica. En cada momento ambos proyectiles tienen la misma velocidad vertical y permanecen el mismo tiempo en el aire.

Al analizar el movimiento de proyectiles lanzados con un ángulo de elevación “ θ ” es conveniente por lo tanto considerar de manera separada las dos clases de movimiento que lo conforman

- Movimiento de tiro vertical.
- Movimiento horizontal de velocidad constante.

Ejercicios resueltos

- 1) Una bala de cañón se dispara horizontalmente con una velocidad inicial de 160 m/s desde lo alto de un acantilado de 309 m de altura sobre el nivel del mar, tal como se muestra en la figura.
 - a) ¿Qué tiempo tardará la bala en caer en el mar?
 - b) ¿Cuál será la distancia horizontal del pie del acantilado al punto de impacto de la bala.
 - c) ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la velocidad de la bala cuando cae en el mar.



Datos:

$$V_{ox} = 160 \frac{m}{s}$$

$$t_T = ?$$

$$V_x = ?$$

$$V_y = ?$$

Formulas:

$$Y = V_{oy} t + \frac{g t^2}{2}$$

$$X = V_{ox} t$$

$$V_y = V_{oy} + g t$$

Desarrollo:

a) Como $V_{oy} = 0$ tenemos

$$Y = V_{oy} t + \frac{g t^2}{2}$$

$$Y = \frac{g t^2}{2} \quad \text{Despejando el tiempo}$$

$$2Y = g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(309 \text{ m})}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 7.941 \text{ s}$$

$$t = 7.94 \text{ s}$$

b)

$$X = V_{ox} t$$

$$X = (160 \frac{\text{m}}{\text{s}})(7.941 \text{ s}) = 1270.560 \text{ m}$$

$$X = 1270.560 \text{ m}$$

c) La componente horizontal de la velocidad permanece constante y es igual a 160 m/s.

$$V_y = V_{oy} + gt \quad \text{Como } V_{oy} = 0$$

$$V_y = gt$$

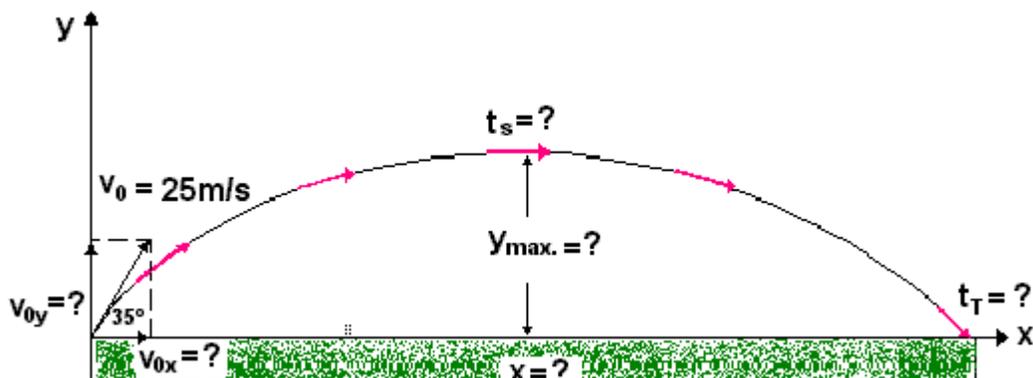
$$V_y = (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(7.941 \text{ s}) = 77.821 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_y = 77.821 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2) Se dispara una flecha con una velocidad de 25 m/s y un ángulo de elevación de 35° con respecto a la horizontal.

Determinar:

- El tiempo que tarda en llegar al punto más alto.
- Tiempo total en el aire.
- Alcance horizontal.
- Altura máxima lograda.



Datos:

$$V_o = 25 \frac{m}{s}$$

$$\theta = 35^\circ$$

$$t = ?$$

$$t_T = ?$$

$$Y_{max.} = ?$$

Formulas:

$$t_T = 2t$$

$$V_{0x} = V_o \cos \theta$$

$$t = -\frac{V_{oy}}{g}$$

$$y_{max} = -\frac{(V_{oy})^2}{2g}$$

$$V_{oy} = V_o \sin \theta$$

$$X_T = V_{ox} t_T$$

Desarrollo:

$$V_{ox} = V_o \cos \theta = (25 \frac{m}{s})(\cos 35^\circ) = 20.478 \frac{m}{s}$$

$$V_{ox} = 20.478 \frac{m}{s}$$

$$V_{oy} = V_o \sin \theta = (25 \frac{m}{s})(\sin 35^\circ) = 14.339 \frac{m}{s}$$

$$V_{oy} = 14.339 \frac{m}{s}$$

$$t = -\frac{V_{oy}}{g} = -\frac{14.33 \frac{m}{s}}{-9.8 \frac{m}{s^2}} = 1.463 s$$

$$t = 1.463 s$$

$$t_T = 2t = 2(1.463 s) = 2.926 s$$

$$t_T = 2.926 s$$

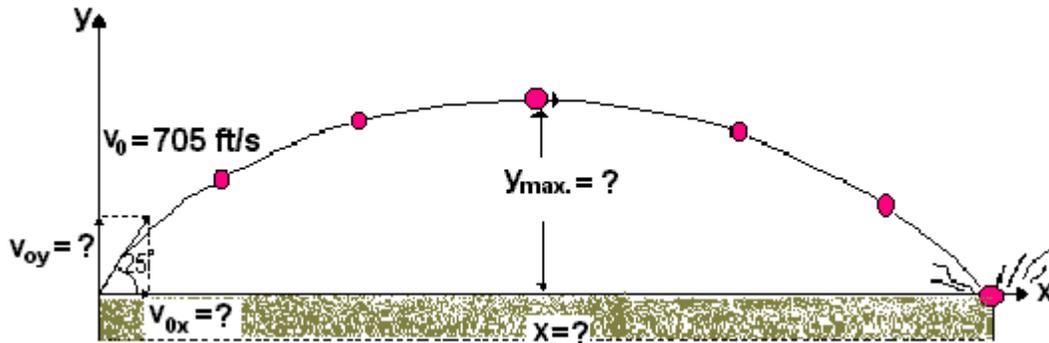
$$X_T = V_{ox} t_T = (20.476 \frac{m}{s})(2.926 s) = 59.918 m$$

$$X = 59.918 m$$

$$Y_{max} = -\frac{(V_{oy})^2}{2g} = \frac{-(14.339 \frac{m}{s})^2}{2(-9.8 \frac{m}{s^2})} = -\frac{205.60 \frac{m^2}{s^2}}{-19.6 \frac{m}{s^2}} = 10.49 m$$

$$Y_{max} = 10.490 m$$

- 3) Una bala de cañón se dispara con una velocidad inicial de 705 ft/s y con un ángulo de elevación de 25° sobre la horizontal. Determina:
- Su posición y velocidad después de 15 s
 - El tiempo requerido para alcanzar su altura máxima.
 - El alcance horizontal.



Datos:

$$V_o = 705 \frac{ft}{s}$$

$$\theta = 25^\circ$$

$$t = 15 \text{ s}$$

$$t = ?$$

$$X_T = ?$$

$$a) \quad X = ?$$

$$y = ?$$

$$b) \quad V = ?$$

Formulas:

$$V_{ox} = V_o \cos\theta \quad V_o = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2}$$

$$V_{oy} = V_o \sin\theta \quad V_y = V_{oy} + g t$$

$$V_o = \frac{V_{oy}}{\sin\theta} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{V_y}{V_x}$$

$$y = V_{oy} t + \frac{g t^2}{2} \quad X_T = V_{ox} t_T$$

Desarrollo:

$$V_{ox} = V_o \cos\theta = (705 \frac{ft}{s})(\cos 25^\circ) = 638.946 \frac{ft}{s}$$

$$V_{ox} = 638.946 \frac{ft}{s}$$

$$V_{oy} = V_o \sin\theta = (705 \frac{ft}{s})(\sin 25^\circ) = 297.945 \frac{ft}{s}$$

$$V_{oy} = 297.945 \frac{ft}{s}$$

La componente x su posición después de 15 s es:

$$X = V_{ox} t = (638.94 \frac{ft}{s})(15 \text{ s}) = 9,584.190 \text{ ft}$$

$$X = 9,584.190 \text{ ft}$$

Para determinar la otra componente primero se debe conocer la dirección de la gravedad (+ ó -)

$$t = -\frac{V_{oy}}{g} = \frac{-297.945 \frac{ft}{s}}{-32 \frac{ft}{s^2}} = 9.310 \text{ s}$$

$$t = 9.310 \text{ s}$$

Como el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima es (9.310 s), y queremos, determinar la componente en (y) en un t = 5 s.

$$y = V_{oy} t + \frac{g t^2}{2} = (297.945 \frac{ft}{s})(15 \text{ s}) + \frac{(-32 \frac{ft}{s^2})(15 \text{ s})^2}{2} = 4,469.175 \text{ ft} - 3,600 \text{ ft} = 869.175 \text{ ft}$$

$$y = 869.175 \text{ ft}$$

Para determinar la velocidad después de 15 s tenemos que:

$$V_x = V_{ox} = 638.946 \frac{ft}{s}$$

$$V_y = V_{oy} + g t = 297.945 \frac{ft}{s} + (-32 \frac{ft}{s})(15 s) = -182.055 \frac{ft}{s}$$

$$V_y = -182.055 \frac{ft}{s}$$

$$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} = \sqrt{(638.946 \frac{ft}{s})^2 + (-182.055 \frac{ft}{s})^2} = 664.376 \frac{ft}{s}$$

$$V = 664.376 \frac{ft}{s}$$

En un tiempo de 15 s de vuelo del proyectil. Su ángulo es de:

$$\theta = \text{tag}^{-1} \frac{V_y}{V_x} = \text{tag}^{-1} \frac{(182.055 \frac{ft}{s})}{638.946 \frac{ft}{s}} = 15.53^\circ$$

$$\theta = 15.53^\circ$$

El alcance horizontal es: $X_T = (V_{ox})(t_T)$

Como:

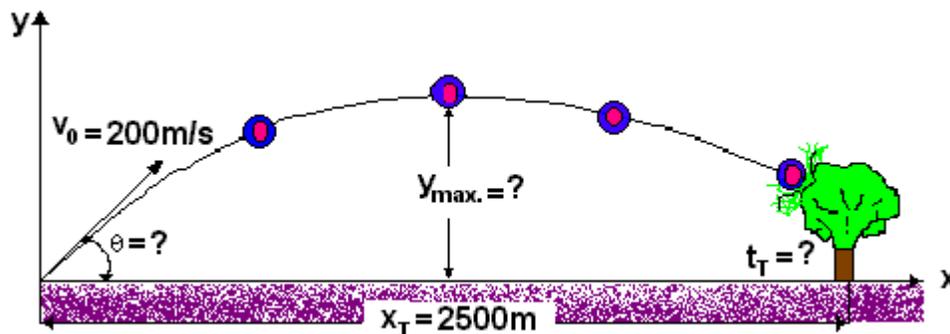
$$t_T = 2t = 2 (9.310 s) = 18.620 s$$

$$t_T = 18.620 s$$

$$X_T = (638.946 \frac{ft}{s})(18.620 s) = 11,897.17 ft$$

$$X_T = 11,897.17 ft$$

- 4) Un proyectil se lanza con una velocidad inicial de 200 m/s, si se desea que dé en un blanco que se encuentra a 2500 m. Determinar:
- El ángulo con el cual debe ser lanzado.
 - El tiempo que tarda en llegar al blanco.
 - La altura máxima alcanzada.



Datos:

$$V_0 = 200 \frac{m}{s}$$

$$X_T = 2500 \text{ m}$$

$$\theta = ?$$

$$t = ?$$

Formulas:

$$X_T = V_{ox} t_T \quad (1)$$

$$t_T = -\frac{2 V_{oy}}{g} \quad (2)$$

$$V_{oy} = V_o \text{sen} \theta \quad (3)$$

$$2 \cos \theta \text{sen} \theta = \text{sen} 2\theta$$

Desarrollo:

Sustituyendo la ecuación 3 en 2 tenemos:

$$t_T = -\frac{2 (V_o \text{sen} \theta)}{g} \quad (4)$$

Sustituyendo la ecuación 4 en 1:

$$X_T = (V_{ox}) \left[-\frac{2 (V_o \text{sen} \theta)}{g} \right]$$

$$X_T = -\frac{V_o \cos \theta 2 V_o \text{sen} \theta}{g}$$

$$X_T = -\frac{2 V_o^2 \cos \theta \text{sen} \theta}{g} \quad (5)$$

Por trigonometría se demuestra que: $2 \cos \theta \text{sen} \theta = \text{sen} 2\theta$

$$X_T = -\frac{V_o^2 \text{sen} 2\theta}{g}$$

Por lo tanto nos queda $X_T g = -V_o^2 \text{sen} 2\theta$

$$-\frac{X_T g}{V_o^2} = \text{sen} 2\theta = -\frac{(2500 \text{ m})(-9.8 \frac{m}{s^2})}{(200 \frac{m}{s})^2} = \text{sen} 2\theta$$

Sustituyendo datos:

$$\text{sen} 2\theta = 0.6125$$

$$2\theta = \text{sen}^{-1}(0.6125)$$

$$2\theta = 37.770$$

$$\theta = \frac{37.770}{2} = 18.53^\circ$$

$$\theta = 18.53^\circ$$

$$t_T = -\frac{2 (V_o \text{sen} \theta)}{g} = -\frac{2 (200 \frac{m}{s}) \text{sen}(18.53^\circ)}{-9.8 \frac{m}{s^2}} = 12.971 \text{ s}$$

$$t_T = 12.971 \text{ s}$$

$$Y_{\max} = -\frac{(V_o \text{sen} \theta)^2}{2g} = -\frac{(200 \frac{m}{s})^2 (\text{sen} 18.53^\circ)^2}{2(-9.8 \frac{m}{s^2})} = 206.117 \text{ m}$$

$$Y_{\max} = 206.117 \text{ m}$$

Ejercicios propuestos

1) Una caja con medicina es lanzada desde un avión localizado a una distancia vertical de 340 m por encima de un río. Si el avión lleva una velocidad horizontal de 70 m/s ¿Qué distancia horizontal recorrerá la caja con medicina antes de caer al río?

Respuesta: 583 m

2) Dos edificios altos están separados por una distancia de 400 ft. Una pelota de golf se lanza horizontalmente desde el techo del primer edificio que tiene una altura de 1700 ft sobre el nivel de la calle. ¿Con qué velocidad horizontal debe ser lanzada para que entre por una ventana del otro edificio que se encuentra a una altura de 800 ft sobre la calle?

Respuesta: 53.3 $\frac{ft}{s}$

3) Un proyectil es lanzado con un ángulo de 30° y una velocidad inicial de 20 m/s

- ¿Cuál es el punto más alto de su trayectoria?
- ¿Cuál es su alcance horizontal?
- ¿Cuánto tiempo está en el aire?

Respuesta: a) 5.10 m, b) 35.3 m, c) 2.04 s

4) Se dispara un proyectil de mortero con un ángulo de elevación de 30° y una velocidad inicial de 40 m/s. Sobre un terreno horizontal. Calcular:

- El tiempo que tarda en llegar a tierra.
- El alcance del proyectil.
- El ángulo que forma con el terreno en el momento de llegar a él (ángulo de caída).

Respuesta: a) 4.07 s, b) 141.5 m, c) 30°

Movimiento circular.

Descripción cinemática del movimiento circular.

El movimiento es el cambio de posición que experimenta un cuerpo

No todos los movimientos que suceden a nuestro alrededor son en línea recta, la rotación de la Tierra sobre su eje, las manecillas de un reloj, el carrusel de la feria o el de los satélites naturales o artificiales alrededor de la Tierra describen una trayectoria circular alrededor de un eje o un punto determinado.

MOVIMIENTO CIRCULAR

Es aquél que se presenta cuando un móvil describe en su trayectoria, imaginariamente, una circunferencia.

Cada uno de nosotros también recorreremos una trayectoria circular debido a que la Tierra está girando sobre su propio eje.

Definición de trayectoria y desplazamiento circular y angular.

Debido a que la Tierra está girando sobre su propio eje, cualquier punto sobre su superficie presenta movimiento circular. Si consideramos como referencia el eje de rotación terrestre, cada uno de nosotros recorreremos una distancia de $2\pi r$ en 24 horas.

En el movimiento circular el móvil presenta un desplazamiento angular.

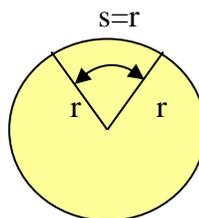
DESPLAZAMIENTO ANGULAR (θ)

Es la distancia recorrida por una partícula en una trayectoria circular.

Ésta describe la cantidad de rotación que realiza el cuerpo. En el Sistema Internacional de medida la unidad del desplazamiento angular es el radián (rad).

RADIÁN

Es el ángulo subtendido por el arco cuya longitud es igual al radio del círculo.



El desplazamiento angular en radianes se obtiene por la relación:

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Donde: θ = Desplazamiento angular (rad)

s = Distancia o longitud del arco descrito por el movimiento angular (m)

r = Es el radio de la trayectoria circular (m)

Si la longitud del arco es igual al radio del círculo, el desplazamiento angular es de un radián. El radián no tiene dimensiones, ya que es la relación entre dos longitudes (del arco y radio) y por lo tanto tiene el mismo valor en todos los Sistemas de Unidades. Se puede agregar o eliminar en los resultados donde sea necesario.

Otras unidades son:

Revoluciones (rev): Es un círculo completo.

Grados (°): Es $\frac{1}{360}$ de un círculo completo o de una revolución completa.

Los factores de conversión entre las unidades de desplazamiento angular son:

$$1 \text{ rev} = 360^\circ$$

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = 57.3^\circ$$

Velocidad angular.

De manera similar que en el movimiento rectilíneo, podemos definir una velocidad angular representada por ω (letra griega omega minúscula), como:

VELOCIDAD ANGULAR (ω)

Es desplazamiento angular que recorre un cuerpo en un intervalo de tiempo.

Por lo tanto la velocidad angular es:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\theta_f - \theta_0}{t}$$

Donde: ω = Velocidad angular ($\frac{\text{rad}}{\text{s}}$)

θ = Desplazamiento angular recorrido (rad)

θ_f = Desplazamiento angular final

θ_0 = Desplazamiento angular inicial

t = Tiempo transcurrido (s)

Las unidades de la velocidad angular son unidades de desplazamiento angular entre unidades de tiempo. También pueden ser: $\frac{\text{rev}}{\text{min}} = \text{rpm}$, $\frac{^\circ}{\text{s}}$, etc.

Periodo (T) y Frecuencia(f).

En el movimiento circular uniforme se define los conceptos de periodo y frecuencia, ya que son necesarios para comprender los fenómenos que se producen en los movimientos periódicos que se estudian en Acústica y Óptica.

PERIODO (T)

Es el tiempo que tarda un móvil en recorrer los 360° de su trayectoria circular.

Su representación matemáticas es:

$$T = \frac{1}{f}$$

La unidad de periodo es el segundo (s)

Sobre la superficie de la Tierra todos los cuerpos presentan el mismo periodo de 86 400 s (24 h).

FRECUENCIA (f)

Es el número de revoluciones o vueltas completas que realiza el móvil en la unidad de tiempo.

Por lo tanto:

$$f = \frac{1}{T}$$

La unidad de frecuencia es el Hertz (Hz).

$$1 \text{ Hz} = 1 \frac{\text{rev}}{\text{s}}$$

En problemas técnicos la velocidad angular se expresa en términos de la frecuencia de revoluciones. Por lo tanto, se calcula de la siguiente manera:

$$\omega = 2 \pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Dónde: ω = velocidad angular ($\frac{\text{rad}}{\text{s}}$)

f = frecuencia ($\frac{\text{rev}}{\text{s}}$)

T = periodo (s)

Interpretación gráfica del movimiento circular uniforme (MCU)

Un objeto se mueve con velocidad constante (movimiento uniforme) a menos que una fuerza externa no equilibrada actúe sobre él.

La velocidad es un vector que presenta magnitud (rapidez) y dirección, para modificar a cualquier de ellos se necesita aplicar una fuerza. Cuando en un movimiento se aplica una fuerza en una dirección diferente a la original se provoca cambio en la trayectoria del objeto en movimiento.

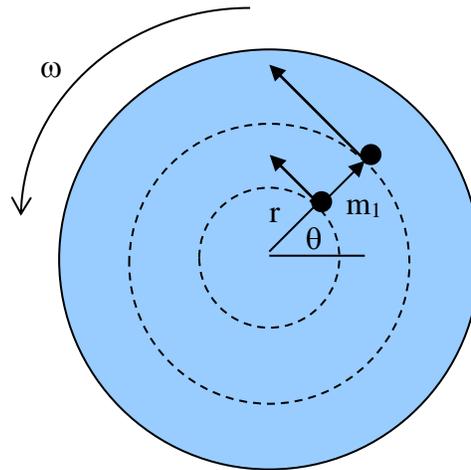
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Se presenta cuando un móvil recorre una trayectoria circular conservando la magnitud de su velocidad constante, pero cambiando su dirección en cada punto.

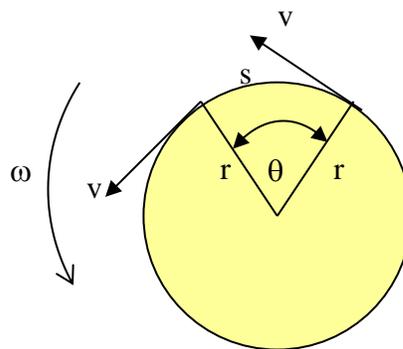
El movimiento circular uniforme se produce cuando una fuerza externa constante, actúa siempre formando ángulos rectos con respecto a la trayectoria de la partícula en movimiento.

Cualquier punto sobre un disco que gira en una tornamesa presenta éste movimiento.

Velocidad angular



La velocidad lineal en el movimiento circular uniforme siempre es tangente a la trayectoria circular.



Velocidad lineal tangente.

Ejercicios resueltos:

1.- Determinar la velocidad angular de $50 \frac{\circ}{s}$ en $\frac{\text{rev}}{s}$ y en $\frac{\text{rad}}{s}$.

Datos

Fórmula

Desarrollo

$$\omega = 50 \frac{\circ}{s}$$

$$\omega = 50 \frac{\circ}{s} \times \frac{1 \text{ rev}}{360^\circ} = 0.1388 \frac{\text{rev}}{s}$$

$$\omega = 0.1388 \frac{\text{rev}}{s}$$

$$\omega = ?$$

$$\frac{\text{rev}}{s} \text{ y } \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\omega = 50 \frac{\circ}{s} \times \frac{1 \text{ rad}}{57.3^\circ} = 0.8726 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\omega = 0.8726 \frac{\text{rad}}{s}$$

2.- Convierte cada una de las velocidades circulares de r.p.m. a **rad/s**.

a) $600 \text{ r.p.m.} = ? \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

b) $300 \text{ r.p.m.} = ? \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

solución a)

$$\omega = 600 \text{ r.p.m.} = \left(\frac{600 \text{ rev}}{1 \text{ min}} \right) \left(\frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 62.832 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

solución b)

$$\omega = 300 \text{ r.p.m.} = \left(\frac{300 \text{ rev}}{1 \text{ min}} \right) \left(\frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 31.416 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

3.- Determinar la velocidad angular del segundero de un reloj de pared.

Datos	Fórmula	Desarrollo	
$t = 60 \text{ s}$ $\theta = 1 \text{ rev}$	$\omega = \frac{\theta}{t}$	$\omega = \frac{1 \text{ rev}}{60 \text{ s}} = 0.0166 \frac{\text{rev}}{\text{s}}$	$\omega = 0.0166 \frac{\text{rev}}{\text{s}}$

Ejercicios propuestos.

1.- Se tiene una rueda de 50 cm de radio. Si una partícula sobre su borde tiene una rapidez de 20 m/s, ¿con qué velocidad angular gira la rueda?

Respuesta: $\omega = 381.972 \text{ r.p.m.}$

2.- Una polea gira a 600 r.p.m. Durante 20 seg. Si la polea tiene un diámetro de 40 cm. Calcula:

- La velocidad tangencial.
- El número de vueltas que da en ese tiempo.
- Su periodo
- Su frecuencia.

Respuestas: $v = 12.566 \frac{m}{s}$; $\theta = 200 \text{ rev}$; $T = 0.1 \text{ s}$; $f = 10 \text{ Hz}$.

3.- Un esmeril de 10 cm. de radio, montado sobre el eje de un motor gira desde el reposo hasta 1200 r.p.m. En un tiempo de 20 seg. Calcula:

- Su aceleración angular
- El número de vueltas que da en ese tiempo

Respuestas: $\alpha = 6.283 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$; $\theta = 200 \text{ rev}$.

4.- La rueda de una bicicleta tiene un diámetro de 60 cm. Y da 80 rev. en un min. Calcula:

- La velocidad angular.
- La distancia lineal que se desplaza la rueda.

Respuestas: $\omega = 8.38 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; $s = 150.80 \text{ m}$

- 5.- Un volante parte del reposo y alcanza una velocidad rotacional de 900 r.p.m. En 4.0 s. Determina:
- Su aceleración angular
 - El desplazamiento angular
 - Número de vueltas que da en ése tiempo.

Respuestas: $\alpha = 23.6 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$; $\theta = 188.50 \text{ rad}$; $\theta = 30 \text{ vueltas}$.

- 6.- Una rueda que gira a 300 r.p.m. Aumenta su velocidad bajo una aceleración angular de $6 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$:

calcula:

- La velocidad angular después de 10 s.
- El número de vueltas que da en ese tiempo.

Respuestas: $\omega f = 873.0 \text{ r.p.m.}$
 $\theta = 97.746 \text{ vueltas}$.

Relación entre velocidad y aceleración lineal y angular.

Tomando en consideración que la velocidad lineal es la distancia recorrida respecto al tiempo y si una partícula realiza una vuelta completa (1 revolución), en un tiempo (periodo T), éste hace un recorrido con una velocidad tangencial o lineal determinada por la expresión:

$$v = \frac{s}{t}$$

donde: $s = \text{arco de giro o perímetro} = 2\pi r$
 $t = \text{tiempo del giro o Periodo} = T$

$$T = \frac{1}{f} \therefore f = \frac{1}{T}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v = 2\pi f r$$

Si consideramos la velocidad angular tomando en cuenta el ángulo descrito en un periodo, dicho **ángulo en radianes** es una circunferencia determinada por medio de 2π y la velocidad angular se expresa por medio de:

$$\text{velocidad angular} = \frac{\text{desplazamiento angular}}{\text{tiempo}}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi f \dots \text{ec.2}$$

donde: $\omega = \text{velocidad angular}$
 $\theta = \text{desplazamiento angular} = \text{un giro} = 2\pi \text{ rad}$
 $t = \text{tiempo de giro} = T \text{ (periodo)}$

Dividiendo miembro a miembro la ec. 1 con la ec. 2

$$\frac{v}{\omega} = \frac{2 \pi f r}{2 \pi f} = r$$

Simplificando:

$$\frac{v}{\omega} = r$$

Se obtiene, por lo tanto, la velocidad tangencial o lineal en relación con la velocidad angular y el radio, por medio de la siguiente expresión:

$$v = \omega r$$

Donde; ω esta en rad/s.

En forma análoga y considerando que tanto el movimiento lineal como el movimiento circular puede ser uniforme o variado, lo cual implica que la velocidad puede aumentar o disminuir bajo la influencia de un momento angular resultante. Por lo tanto la aceleración angular se relaciona con la aceleración lineal por medio de la siguiente:

$$a = \alpha r$$

Donde; α esta en rad/s²

De manera semejante para el desplazamiento lineal se observa que su relación con el desplazamiento angular queda determinada por la siguiente condición matemática:

$$s = \theta r$$

Donde; θ debe de estar en rad.

Aceleración angular.

Dentro del movimiento circular uniforme, la velocidad de la partícula cambia alterando su dirección, la cual describe una trayectoria circular por medio de un radio R. Al igual que en el movimiento lineal en el movimiento circular, después de un intervalo de tiempo la velocidad angular se incrementa dando como resultado una aceleración, la cual se determina por medio de la siguiente fórmula:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t}$$

De manera semejante para el desplazamiento angular y la velocidad angular, cuando el movimiento circular es uniformemente acelerado, se tiene que:

$$\theta = \omega_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_o^2 + 2 \alpha \theta$$

Analogía entre el movimiento lineal y el movimiento circular

Movimiento Lineal	Movimiento Circular
$s = v t$	$\theta = \bar{\omega} t$
$v_f = v_o + a t$	$\omega_f = \omega_o + a t$
$\bar{v} = \frac{v_o + v_f}{2}$	$\bar{\omega} = \frac{\omega_o + \omega_f}{2}$
$s = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$	$\theta = \omega_o t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v_f^2 = v_o^2 + 2 a s$	$\omega_f^2 = \omega_o^2 + 2 \alpha \theta$

Relación entre magnitudes lineales y circulares.

$$S = \theta r \quad (\theta \text{ en rad})$$

$$v = \omega r \quad \left(\omega \text{ en } \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$a = \alpha r \quad \left(\alpha \text{ en } \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right)$$

Ejercicios resueltos:

1.- Convierte cada una de las velocidades circulares de r.p.m. a $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

c) $600 \text{ r.p.m.} = ? \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

d) $300 \text{ r.p.m.} = ? \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Solución a)

$$\omega = 600 \text{ r.p.m.} = \left(\frac{600 \text{ rev}}{1 \text{ min}} \right) \left(\frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 62.832 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Solución b)

$$\omega = 300 \text{ r.p.m.} = \left(\frac{300 \text{ rev}}{1 \text{ min}} \right) \left(\frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 31.416 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

2.- Una rueda de esmeril gira a partir del reposo alcanzando una velocidad angular de 1200 r.p.m. después de 20 s. Calcula:

a) Su aceleración angular en $\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$.

b) El número de vueltas que realiza en ese tiempo.

Datos: $\omega_o = 0$ $\omega_f = 1200 \text{ r.p.m.}$ $t = 20 \text{ s.}$ $\alpha = ? \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right)$ $\theta = ? \text{ (rev)}$

Formulas:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t} \quad ; \quad \theta = \omega_o t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

Conversión: realizando las conversiones de las cantidades 1200 r.p.m. a rad/s², sustitución de datos:

$$\omega_f = \left(\frac{1,200 \text{ r.p.m.}}{1 \text{ min}} \right) \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Desarrollo:

$$\alpha = \frac{125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 0}{20 \text{ s}} = 6.283 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\theta = \frac{1,256.637 \text{ rad}(1 \text{ rev})}{2\pi \text{ rad}} = 200 \text{ rev.}$$

$$\theta = (0)(20 \text{ s}) + \frac{1}{2} \left(6.283 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right) (20 \text{ s})^2 = 1,256.637 \text{ rad}$$

3. Una polea de 12 cm de radio, montada sobre el eje de un motor, gira a 900 r.p.m. cuando empieza a disminuir uniformemente hasta 300 r.p.m. Mientras realiza 100 vueltas. Calcula:

- La aceleración angular.
- El tiempo que tarda en cambiar su velocidad.
- La cantidad de metros de banda que pasan a través de la polea.

Datos:

Formulas

$$R = 12 \text{ cm.} = 0.12 \text{ m.} \quad s = \theta r \quad ; \quad \omega_f^2 = \omega_o^2 + 2 \alpha \theta \quad ; \quad \alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t}$$

$$\omega_o = 900 \text{ r.p.m.}$$

$$\omega_f = 300 \text{ r.p.m.}$$

$$\theta = 100 \text{ rev.}$$

Despeje de fórmulas:

$$\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_o^2}{2 \theta}$$

$$t = \frac{\omega_f - \omega_o}{\alpha}$$

Desarrollo:

Conversión de medidas angulares.

$$\omega_o = 900 \text{ rpm} = \frac{900 \text{ rev}}{\text{min}} \times \frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 94.248 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_f = 300 \text{ rpm} = \frac{300 \text{ rev}}{\text{min}} \times \frac{2 \pi \text{ rad}}{\text{rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 31.416 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\theta = 100 \text{ rev} (2 \pi \text{ rad}) = 628.318 \text{ rad}$$

Sustitución de datos:

$$\alpha = \frac{\left(31.416 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 - \left(94.248 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2}{2(628.318 \text{ rad})} = -6.283 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$t = \frac{31.416 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 94.25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{-6.283 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}} = 10.0 \text{ s}$$

$$s = 628.318 \text{ rad} (0.12 \text{ m}) = 75.40 \text{ m}$$

Ejercicios propuestos.

1.- Se tiene una rueda de 50 cm de radio. Si una partícula sobre su borde tiene una rapidez de 20 m/s, ¿con qué velocidad angular gira la rueda? **Respuesta: $\omega = 381.972 \text{ r.p.m.}$**

2.- Una polea gira a 600 r.p.m. Durante 20 seg. Si la polea tiene un diámetro de 40 cm. Calcula:

- | | | |
|----|--|--|
| e) | La velocidad tangencial. | $v = 12.566 \text{ m/s}$ |
| f) | El número de vueltas que da en ese tiempo. | $\theta = 200 \text{ rev}$ |
| g) | Su periodo | $T = 0.1 \text{ s}$ |
| h) | Su frecuencia. | $f = 10 \text{ Hz.}$ |

3.- Un esmeril de 10 cm. de radio, montado sobre el eje de un motor gira desde el reposo hasta 1200 r.p.m. En un tiempo de 20 seg. Calcula:

- | | | |
|----|---|--|
| c) | Su aceleración angular | $\alpha = 6.283 \text{ rad/s}^2$ |
| d) | El número de vueltas que da en ese tiempo | $\theta = 200 \text{ rev.}$ |

4.- La rueda de una bicicleta tiene un diámetro de 60 cm y da 80 rev en un min. Calcula:

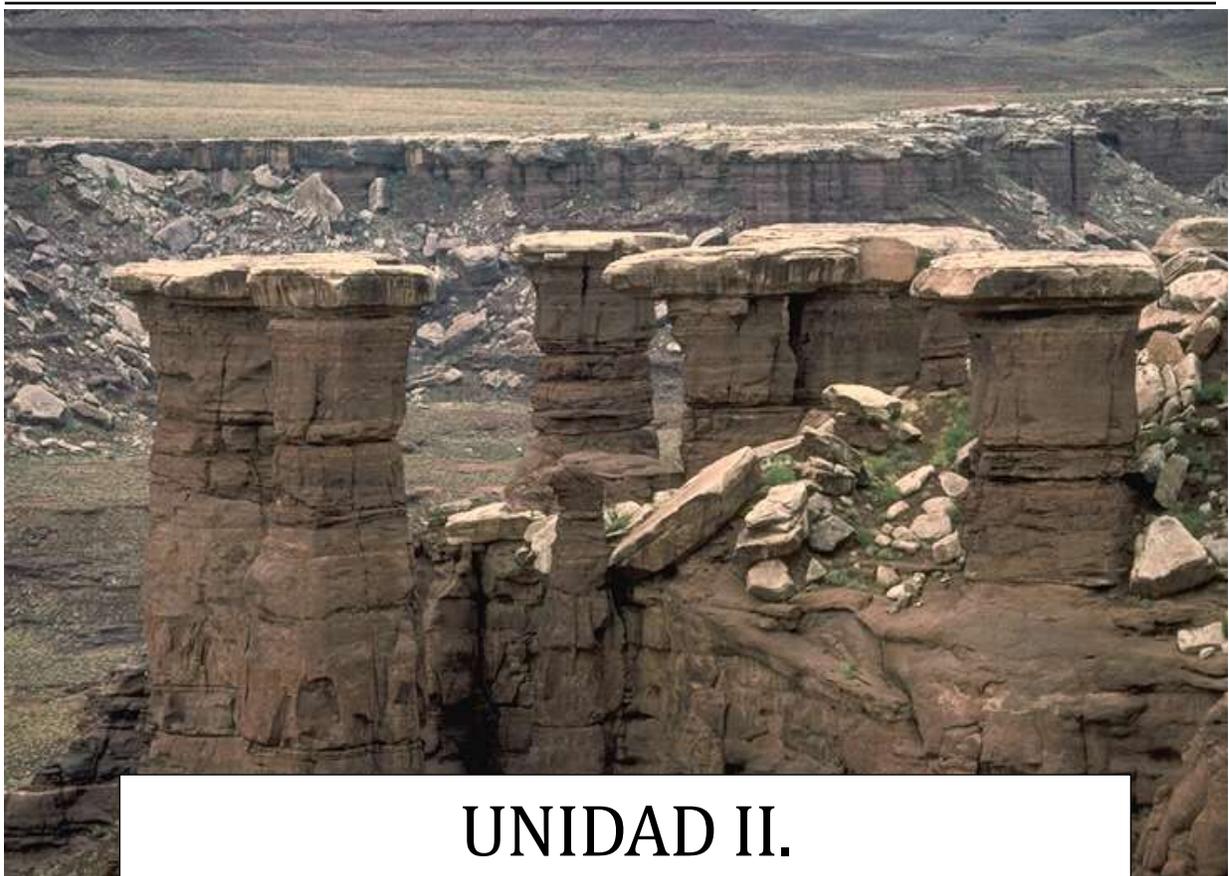
- | | | |
|----|---|---|
| c) | La velocidad angular. | $\omega = 8.38 \text{ rad/s}$ |
| d) | La distancia lineal que se desplaza la rueda. | $s = 150.80 \text{ m}$ |

5.- Un volante parte del reposo y alcanza una velocidad rotacional de 900 r.p.m. En 4.0 s. Determina:

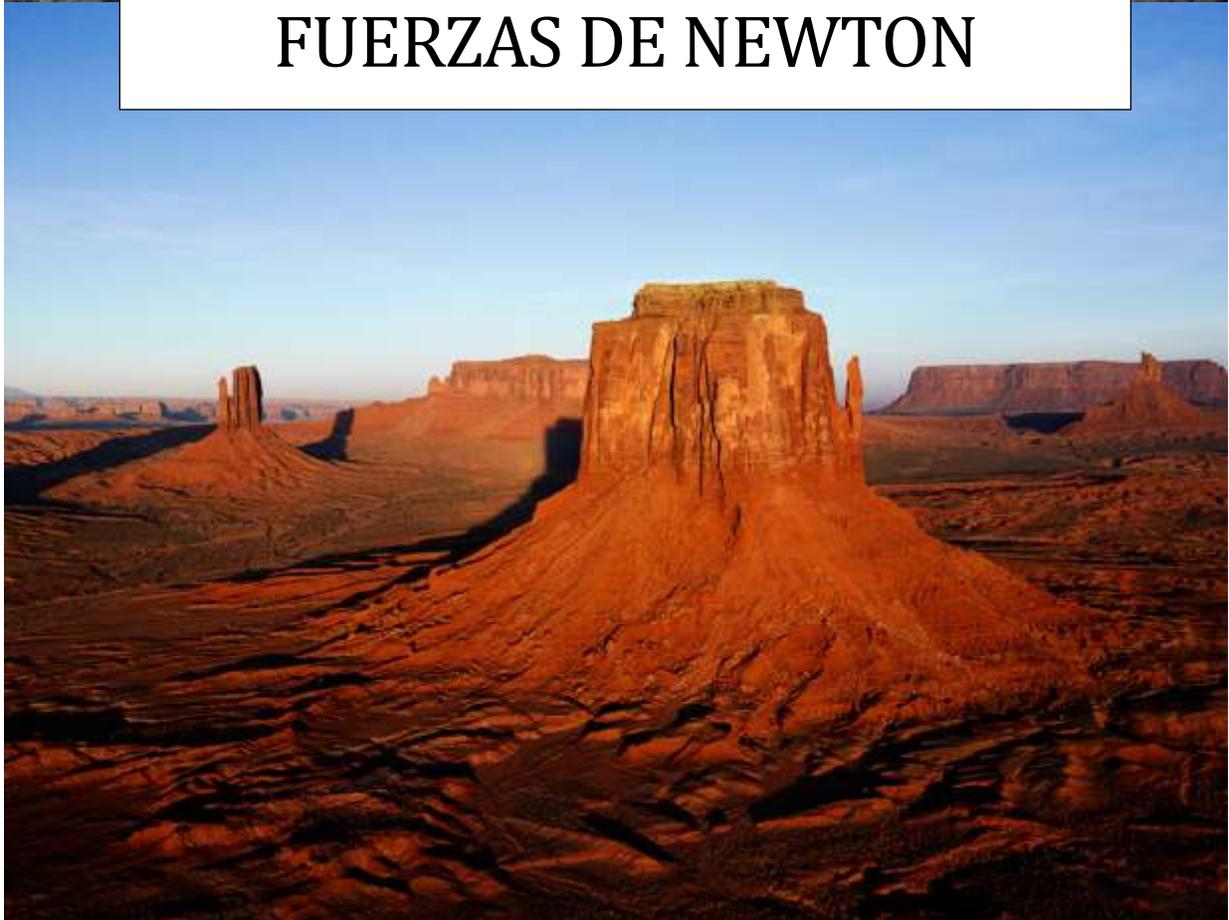
- | | | |
|----|---|---|
| d) | Su aceleración angular | $\alpha = 23.6 \text{ rad/s}^2$ |
| e) | El desplazamiento angular | $\theta = 188.50 \text{ rad}$ |
| f) | Número de vueltas que da en ése tiempo. | $\theta = 30 \text{ vueltas}$ |

6.- Una rueda que gira a 300 r.p.m. Aumenta su velocidad bajo una aceleración angular de 6 rad/s²: calcula:

- | | | |
|----|--|---|
| a) | La velocidad angular después de 10 s. | $\omega f = 873.0 \text{ r.p.m.}$ |
| b) | El número de vueltas que da en ese tiempo. | $\theta = 97.746 \text{ vueltas}$ |



UNIDAD II.
FUERZAS DE NEWTON



Introducción.

Se ha estudiado el movimiento, sin considerar las causas que lo producen o que lo alteran (Cinemática). Estudiaremos ahora la primera parte de la Dinámica, en la que vas a conocer y analizar las causas que originan el movimiento de los cuerpos y las leyes que siguen los cuerpos en movimiento.

Isaac Newton estableció las Leyes del Movimiento que se aplican a todas las interacciones de la fuerza con la materia.

Inspirado en las Leyes del Movimiento planetario de Johannes Kepler, descubrió que las fuerzas responsables del movimiento de las estrellas y la fuerza de gravedad tienen la misma naturaleza.

La combinación de las Leyes del Movimiento y la Ley de atracción gravitacional, nos permiten obtener información de causa y efecto del movimiento de todos los cuerpos en la naturaleza y aplicarlo a la solución de problemas de nuestro entorno.

Las Leyes de Newton, como las de toda la Física y demás ciencias, se han obtenido a partir de la aplicación del método científico.

Newton formuló las Leyes del Movimiento mediante ciertas abstracciones como es el efecto de la resistencia del aire. Comprobó que el aire altera en forma notable el movimiento de los cuerpos, para que sus leyes del movimiento se apliquen en cualquier circunstancia las estableció sin considerar la presencia de aire que al estar en contacto con el cuerpo en movimiento genera rozamiento o fricción. El efecto de la fricción se estudiará también en esta unidad.

Leyes de Newton

Con la formulación de las tres Leyes del Movimiento, Isaac Newton estableció las bases de la Dinámica, que es la rama de la Física que estudia las causas que originan el **movimiento** de los cuerpos bajo la acción de **fuerzas**.

Descripción de las causas que provocan el movimiento.

En la naturaleza se presentan una diversidad de movimientos, como habrás observado para que se produzcan los movimientos que experimentas diariamente; al levantar algo, cuando caminas, al doblar una varilla, para desviar una pelota, o cuando un objeto cae, se requiere la aplicación de una fuerza. Por lo anterior podemos concluir que fuerza y movimiento se presentan juntos en la naturaleza.

Cabe aclarar que si a un cuerpo se le aplican simultáneamente varias fuerzas, el movimiento es producido por la Fuerza resultante.

La Fuerza resultante ocasiona lo siguiente:

- Que un objeto empiece a moverse o se mueva más rápido
- Que un objeto disminuya su velocidad o se detenga.
- Que cambie la dirección de un objeto en movimiento.
- Que cambie la forma de un objeto.

Relación entre fuerza y movimiento

Desde la antigüedad se ha estudiado la relación existente entre fuerza y movimiento, cuando Aristóteles analizó este fenómeno llegó a concluir que el cuerpo se mueve sólo mientras se le aplica la fuerza, pero al cesar ésta, el cuerpo vuelve al reposo. Estas afirmaciones incorrectas fueron aceptadas durante la edad media.

Cuando Galileo utilizó un método experimental en el estudio de los fenómenos físicos, comprobó que un objeto puede estar en movimiento, sin la acción permanente de una fuerza.

Los experimentos realizados por Galileo le permitieron descubrir que todos los cuerpos poseen una propiedad llamada Inercia, por lo cual un cuerpo que está en reposo tiende a permanecer inmóvil y si se encuentra en movimiento sin que ninguna fuerza actúe sobre él, el cuerpo tiende a moverse en línea recta y a velocidad constante.

INERCIA

Tendencia que presenta un cuerpo a mantener su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme.

Primera ley de Newton o ley de la Inercia

Con base en los estudios de Galileo, Newton estableció la Primera Ley del Movimiento o Ley de la Inercia la cual se enuncia a continuación:

PRIMERA LEY DE NEWTON.

Todo objeto tiende a conservar su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a menos que se le aplique una fuerza no equilibrada.

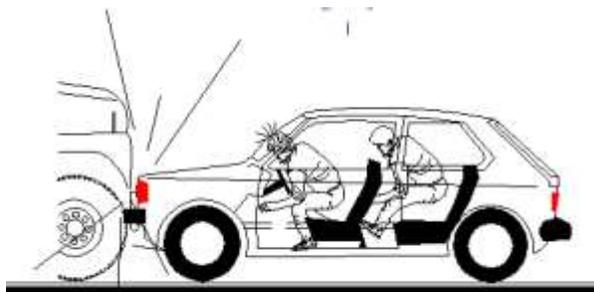
La Primera ley de Newton nos explica la tendencia natural que tienen los cuerpos de conservar su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme. Lo cual implica que no hay una diferencia fundamental entre un cuerpo que está en reposo y otro que se mueva con velocidad constante, puesto que en ambos casos están actuando fuerzas equilibradas.

De acuerdo a la Primera Ley de Newton un cuerpo en reposo permanecerá así, siempre y cuando no se aplique una fuerza que lo empuje, jale o arrastre. Por lo tanto para que un cuerpo empiece a moverse se requiere la aplicación de una fuerza, pero una vez en movimiento, continuará moviéndose en línea recta y sin cambiar su velocidad.

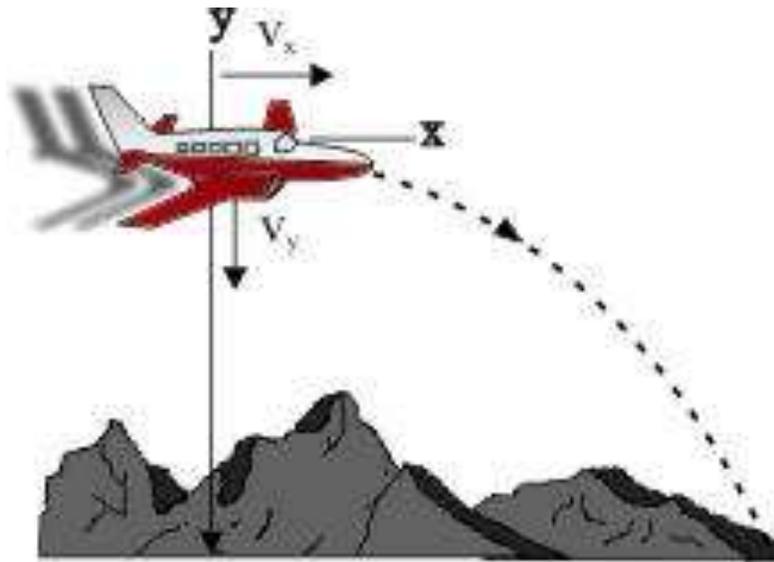
Ejemplos:

Cuando se presionan fuertemente los frenos de un automóvil, el auto se detiene bruscamente, pero esta fuerza aplicada rápidamente, no se transmite sobre el cuerpo de los pasajeros. Por lo tanto ellos continúan su movimiento hacia adelante.

Un paracaidista que salta del avión, no cae verticalmente, si no que sale hacia adelante con la misma velocidad del avión en que volaba, conservando ese movimiento, a la vez que va cayendo, describiendo una trayectoria curva. Puesto que se desplaza simultáneamente en el eje x y en el eje



y

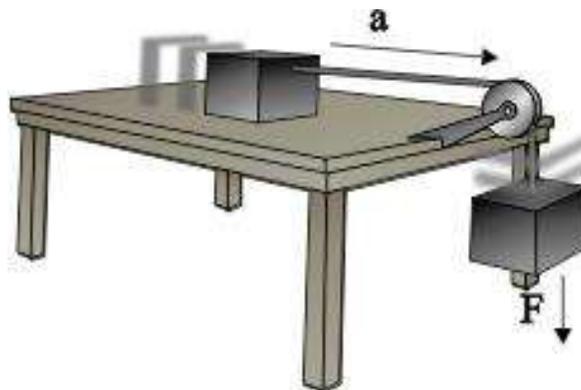


Ley de fuerza y masa. (segunda ley de newton)

De acuerdo a la Primera Ley de Newton, se sabe que si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es cero, dicho cuerpo se encuentra en reposo o se desplaza en línea recta a velocidad constante.

Pero ¿qué le sucede a un cuerpo cuando la fuerza resultante que actúa sobre él es diferente de cero?

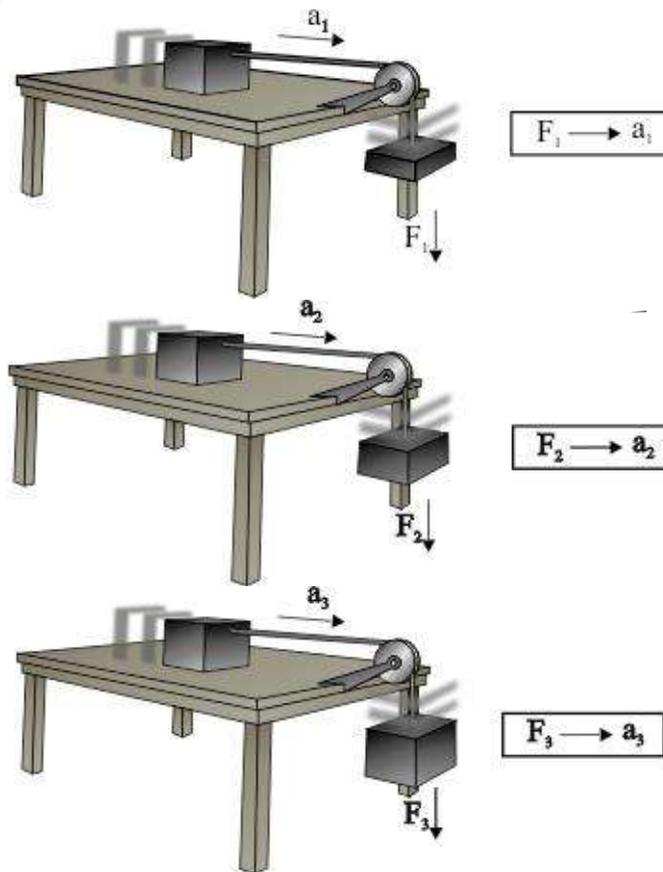
Si estudiamos el movimiento de un cuerpo colocado sobre una superficie lisa horizontal al que se le aplica una fuerza constante, se puede comprobar experimentalmente, que la velocidad del móvil va aumentando conforme transcurre el tiempo, por lo que el movimiento del cuerpo es acelerado, dicha experiencia demuestra también que la **fuerza aplicada** y la **aceleración** tienen la **misma dirección y sentido**, como se observa en la figura.



Relación entre fuerza y aceleración

Mediante la experimentación se ha logrado determinar la relación entre la fuerza aplicada y la aceleración producida. Como se muestra en la siguiente figura.

Si a un cuerpo se le aplican tres fuerzas diferentes en forma separada, el cuerpo adquiere una aceleración diferente.



$$F_1 \neq F_2 \neq F_3$$

$$a_1 \neq a_2 \neq a_3$$

Pero al determinar matemáticamente la razón o relación entre la fuerza aplicada y la aceleración producida, se obtiene el mismo valor para cada uno de los experimentos (dentro de los límites de error experimental)

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \text{constante}$$

De tal forma que: Al obtener el mismo resultado en los tres casos, indica que al variar la fuerza, cambia en la misma proporción la aceleración, por lo que se concluye que la fuerza aplicada a un cuerpo, es directamente proporcional a la aceleración que se produce, de modo que si se duplica el valor de la fuerza, se producirá también el doble de la aceleración, triplicando la fuerza, la aceleración se triplica, y así sucesivamente.

El cociente $\frac{F}{a}$ tiene un valor constante para un mismo cuerpo o una misma masa, de forma que en

$$\frac{F}{a} = m$$

el experimento realizado, la masa del cuerpo representa a la constante; la expresión matemática se indica: Con la introducción de este nuevo concepto **masa**, Newton logró establecer la relación entre

fuerza y aceleración. La masa es una característica del cuerpo y no cambia si éste se deforma, o se desplaza. A esta propiedad Newton le llamó cantidad de materia.

La ecuación obtenida establece una relación inversamente proporcional entre la masa del cuerpo y la aceleración que experimenta, por lo que cuanto mayor sea la masa del cuerpo tanto menor será la aceleración que adquiere. Por ello, la masa es una medida de la inercia del cuerpo, por lo que también se le llama cantidad inercial. Los cuerpos que tienen más masa presentan una mayor inercia.

La relación entre fuerza, masa y aceleración se establece en la segunda Ley de Newton o Ley de fuerza y aceleración, esta ley es fundamental en la ciencia y la ingeniería actual.

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Siempre que una fuerza no equilibrada actúe sobre un cuerpo produce una aceleración en su misma dirección, que es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

Matemáticamente se expresa:

$$F = m a$$

Donde:

F= Fuerza

m= masa

a = aceleración

Cuando se aplican dos o más fuerzas simultáneamente a un cuerpo la fórmula queda:

$$F_R = m a$$

Donde:

F_R = Fuerza resultante

Relación entre masa y peso

Cuando un cuerpo cae libremente hacia la tierra, la única fuerza que actúa sobre él es su propio peso (W). Esta fuerza hace que el cuerpo experimente una aceleración (g), que es la misma para todos los cuerpos que caen libremente. Aplicando la segunda ley de Newton se puede determinar matemáticamente la relación entre masa y peso,

$$W = m g$$

Donde:

W = Peso o fuerza de gravedad

m= masa

g = aceleración producida por la gravedad

Las cantidades físicas masa y peso se confunden frecuentemente, es fundamental comprender la diferencia entre ellas.

Masa es una medida de la cantidad de materia o de la inercia de un cuerpo. Es una magnitud escalar que tiene el mismo valor en cualquier parte del universo.

Peso es la fuerza con la que dicho cuerpo es atraído verticalmente hacia el centro de la Tierra debido a la aceleración de la gravedad. Su valor cambia de acuerdo con la altitud y latitud.

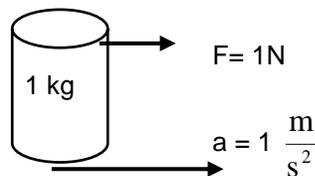
Unidades

Sistema	Masa	Fuerza o peso	Aceleración
Internacional	kg.	$\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \text{N}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Inglés	slug	$\frac{\text{slug ft}}{\text{s}^2} = \text{lb}$	$\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}$

1 slug = 14.59 kg.

1 lb = 4.448 N

La unidad de fuerza o peso en el Sistema Internacional es el newton (N). Un newton es la fuerza que al ser aplicada a una masa de 1 kg, le comunicará una aceleración de $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



En México como en otros países se acostumbra hablar de “peso “, en términos de kilogramos, cuando en realidad lo que se mide en kilogramos es la masa. Por lo tanto cuando decimos que un cuerpo pesa 100 kg, realmente estamos indicando que la masa del cuerpo es de 100 kg y su peso es 980 N. La unidad de masa del Sistema Inglés, se define en términos del peso o fuerza mediante la ecuación:

$$W = mg \quad \therefore \quad m = \frac{W}{g} = \frac{\text{lb}}{\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{lb s}^2}{\text{ft}} = \text{slug}$$

LEY DE ACCIÓN Y REACCIÓN O TERCERA LEY DE NEWTON.

En sus estudios sobre Dinámica, Isaac Newton encontró que una fuerza está siempre relacionada con dos cuerpos. Un cuerpo que ejerce la fuerza y otro que lo experimenta, por lo que la acción de una fuerza sobre un cuerpo, no se puede manifestar sin que haya otro cuerpo que la provoque. No se presenta en la naturaleza una fuerza única o aislada.

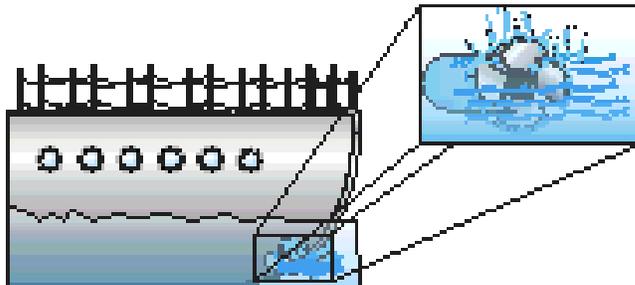
Newton comprobó que, en la interacción de dos cuerpos, las fuerzas siempre aparecen en pares; la acción de un cuerpo sobre otro, siempre provoca una reacción de igual magnitud y dirección opuesta.

Las fuerzas que aparecen en la interacción de dos cuerpos se llaman “acción” y “reacción”. Es indiferente especificar cuál de las dos fuerzas es la acción y cuál la reacción. Estas observaciones de Newton se pueden sintetizar en el enunciado de su Tercera ley, también llamada “Ley de Acción y Reacción”:

TERCERA LEY DE NEWTON.
Siempre que un cuerpo ejerza sobre otro una fuerza el segundo ejercerá sobre el primero otra fuerza de igual magnitud y dirección, pero de sentido contrario.

Es importante observar que cuando se consideran las fuerzas de interacción entre dos objetos, nunca se encuentran ambas fuerzas del par actuando sobre el mismo objeto, debido a que una fuerza afecta

a un cuerpo y la otra al otro. Este hecho, nos explica que una fuerza aplicada a un cuerpo, no es anulada por la reacción del otro.
Por ejemplo:



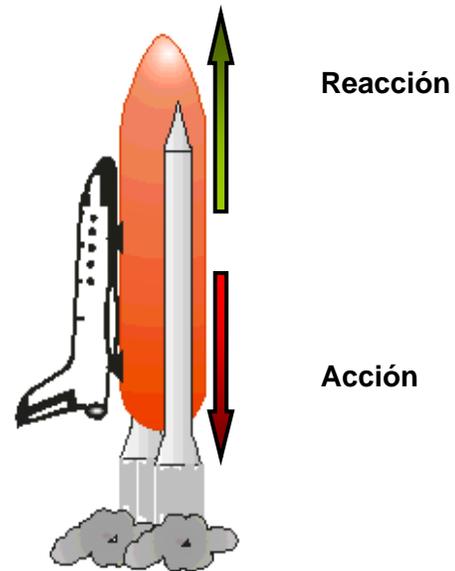
La hélice de un barco impulsa el agua hacia atrás; el líquido ejerce una reacción igual y contraria sobre el barco haciéndolo avanzar.



Cuando se dispara un rifle, la fuerza que el rifle ejerce sobre la bala es igual y en sentido opuesto a la fuerza que la bala ejerce sobre el rifle y este retrocede. La aceleración que experimenta el rifle es menor que la aceleración con la que sale disparada

la bala puesto que la masa de la bala es menor.

Los cohetes funcionan bajo este mismo principio, un cohete se acelera debido a que ejerce una fuerza sobre los gases al expulsarlos, los gases ejercen una fuerza igual y opuesta sobre el cohete y ésta es la que lo hace avanzar.



Ejercicios resueltos:

- Determina el peso de cada una de las masas:
a) 25 kg. b) 4.5 slug

a)

Datos	Fórmula	Desarrollo
W = ? m = 25 kg.	W = m g	W = (25 kg.) (9.8 $\frac{m}{s^2}$)

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$W = 245 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

$$W = 245 \text{ N}$$

b)

Datos

$$W = ?$$

$$m = 4.5 \text{ slug}$$

$$g = 32 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2}$$

Fórmula

$$W = m g$$

Desarrollo

$$W = (4.5 \text{ slug})(32 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2})$$

$$W = (4.5 \text{ slug})(32 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2})$$

$$W = 144 \text{ lb}$$

2. Determina la masa de cada uno de los cuerpos: a) 500 N b) 200 lb

a)

Datos

$$m = ?$$

$$W = 500 \text{ N}$$

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Fórmula

$$W = m g$$

$$m = \frac{W}{g}$$

Desarrollo

$$m = \frac{500 \text{ N}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$m = \frac{500 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$m = 51.020 \text{ kg.}$$

b)

Datos

$$m = ?$$

$$W = 200 \text{ lb}$$

$$g = 32 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2}$$

Fórmula

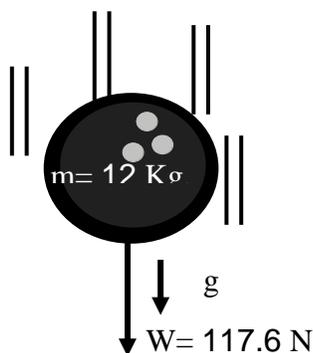
$$m = \frac{W}{g}$$

Desarrollo

$$m = \frac{200 \text{ lb}}{32 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2}}$$

$$m = 6.25 \frac{\text{lb}}{\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{lb s}^2}{\text{ft}} \quad m = 6.25 \text{ slug}$$

3. Un cuerpo de 12 kg pesa 117.6 N. ¿Qué aceleración le proporciona el peso a la masa?



En un cuerpo que cae libremente la única fuerza que actúa es su propio peso. Dicha fuerza le produce una aceleración (g).

Datos
 $m = 12 \text{ kg.}$
 $W = F = 117.6 \text{ N}$
 $g = ?$

Fórmula
 $W = m g$
 $g = \frac{W}{m}$

Desarrollo
 $g = \frac{117.6 \text{ N}}{12 \text{ kg.}}$
 $g = \frac{117.6 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{12 \text{ kg.}}$
 $g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4. Un cuerpo de 40 kg. es jalado sobre un terreno plano, mediante la aplicación de una fuerza constante de 250 N. Determinar la aceleración del cuerpo si la fuerza aplicada es:
- Paralela a la superficie.
 - Forma un ángulo de 30° con la horizontal.

a)

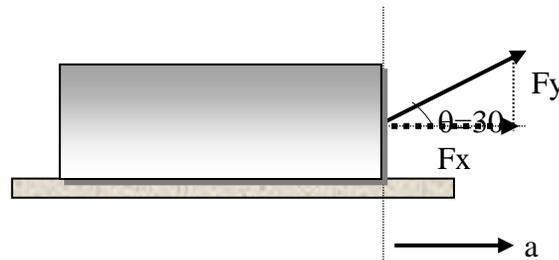


Datos
 $m = 40 \text{ kg.}$
 $F = 250 \text{ N}$
 $a = ?$

Fórmula
 $F = m a$
 $a = \frac{F}{m}$

Desarrollo
 $a = \frac{250 \text{ N}}{40 \text{ kg.}}$
 $a = 6.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b)



Datos
 $m = 40 \text{ kg.}$
 $F = 250 \text{ N}$ $\theta = 30^\circ$
 $\theta = 30^\circ$
 $a = ?$

Fórmula
 $F_x = m a$
 $a = \frac{F_x}{m}$
 $a = \frac{F(\cos \theta)}{m}$

Desarrollo
 $a = \frac{250 \text{ N} (\cos 30^\circ)}{40 \text{ kg.}}$
 $a = 5.413 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 La fuerza que produce la aceleración es la componente en x de la fuerza aplicada (misma dirección de la aceleración)

5-¿Qué fuerza aplicada a una masa de 20 kg disminuye su velocidad de $50 \frac{m}{s}$ a $22 \frac{m}{s}$ en 3 s?

Datos

$F = ?$
 $m = 20 \text{ kg.}$
 $v_o = 50 \frac{m}{s}$
 $v_f = 22 \frac{m}{s}$
 $t = 3 \text{ s}$

Fórmulas

$F = m a$
 $a = \frac{v_f - v_o}{t}$

Desarrollo

$$a = \frac{(22 \frac{m}{s} - 50 \frac{m}{s})}{3 \text{ s}}$$

$$a = \frac{(-28 \frac{m}{s})}{3 \text{ s}}$$

$$a = -9.333 \frac{m}{s^2}$$

La aceleración es (-) debido a que la fuerza se aplicó en sentido contrario al movimiento del cuerpo, lo que origina que este experimente una desaceleración o aceleración negativa.

$$F = (20 \text{ kg.})(-9.333 \frac{m}{s^2})$$

$$F = -186.660 \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$F = -186.660 \text{ N}$$

Ejercicios propuestos.

I Resuelve los siguientes ejercicios.

- Una masa de 14 kg recibe la acción de una fuerza de 21 N. Determina la aceleración producida.

Respuesta 1.5 $\frac{m}{s^2}$

- Determina el peso de cada una de las masas:

- 81 kg
- 6.4 slug

(a) = 793.8 N

(b) = 204.8 lb

- Un cuerpo de 32 kg recibe la acción de cada una de las siguientes fuerzas:

- 25 N
- 12 N

Calcula la aceleración para cada caso.

Resp: (a) = 0.781 $\frac{m}{s^2}$ **(b) = 0.375** $\frac{m}{s^2}$

- Encuentra la fuerza requerida para que un bloque de 400 lb se acelere a $6 \frac{ft}{s^2}$

Respuesta = 75 lb

5. Un cuerpo de 50 kg cuelga del extremo de una cuerda. Cuantifica la tensión de la cuerda si la aceleración es:
- a) $5 \frac{m}{s^2}$ Hacia arriba **(a) = 740 N**
- b) $5 \frac{m}{s^2}$ Hacia abajo **(b) = 240 N**
6. ¿En qué diferían las leyes de Galileo y Aristóteles sobre el movimiento?
7. ¿Cómo afecta la inercia de un cuerpo a su aceleración cuando se aplica una fuerza?
8. ¿Por qué tu cuerpo cae hacia atrás en un autobús cuando se acelera desde el reposo?
9. ¿Cuál es la diferencia entre masa y peso?
10. Si la acción y la reacción siempre tienen la misma magnitud ¿Por qué no se cancelan?

Rozamiento.

Concepto de rozamiento.

Todos en alguna ocasión hemos aplicado una fuerza a un cuerpo, y como consecuencia este desarrolla un movimiento con una velocidad, esta va disminuyendo hasta que el cuerpo se detiene, llegando al reposo por la acción del rozamiento, que se define como:

FRICCIÓN

Quando un cuerpo se desliza sobre otro se presenta una fuerza, que se opone a su desplazamiento a la que se llama fricción.

Factores que determinan el rozamiento.

La fricción o rozamiento entre dos superficies en contacto, es un factor muy importante en el estudio de la mecánica.

Factores que dan origen a la fricción.

- La fricción la ocasionan las irregularidades de la superficie en contacto.
- Mientras más áspera las superficies, mayor será la fricción.
- El peso de los cuerpos en contacto.

Esta fuerza de fricción se manifiesta en nuestra vida diaria prácticamente en todo momento teniendo sus ventajas y desventajas. Por ejemplo:

Ventajas.



En este deporte el patinador aprovecha la capacidad de resbalar con gran rapidez y agilidad sobre la nieve, es el deporte más espectacular de invierno en numerosos países como Canadá y EEUU.

¿Conoces otras superficies resbaladizas, además de la nieve y el hielo?

¿Qué otros ejemplos deportivos conoces que se desarrollan en superficies resbaladizas?



(a)

La fricción permite que los frenos de una locomotora funcionen.



(b)

Nos permite encender una cerilla cuando la frotamos sobre una superficie áspera.

En estos casos el rozamiento tiene un efecto deseable.

¿Es la fricción o el rozamiento lo que mantiene a un clavo permanecer dentro de una tabla?

¿Qué otros ejemplos conoces donde el efecto de la fricción presente una ventaja?

Desventajas.

En muchas circunstancias, sin embargo, se considera como un efecto nocivo debido a que aumenta el trabajo de las máquinas.



(a)

Por el efecto de la fricción los motores de los automóviles tienen un periodo de vida útil. Aun siendo estos lubricados y presentando un diseño aerodinámico.



(b)

La fricción causa desgaste en la ropa y en las piezas metálicas, generando calor.

Por lo que se concluye que la fricción se puede aumentar o disminuir cuando sea conveniente de acuerdo al interés del hombre.

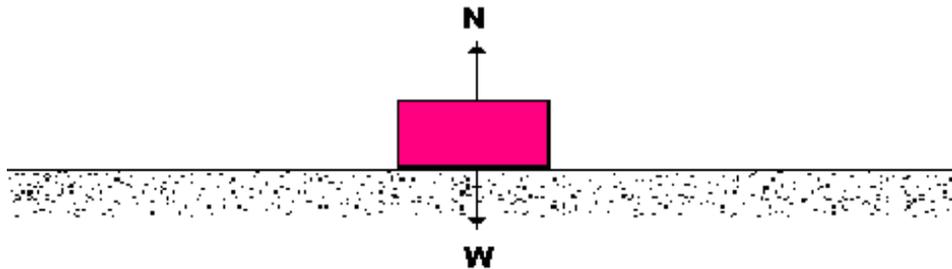
¿Qué otros ejemplos conoces donde el efecto de la fricción presente una desventaja?

Existen dos tipos de rozamiento.

- Rozamiento estático
- Rozamiento cinético.

Rozamiento Estático

Cuando un cuerpo está en reposo, las únicas fuerzas que actúan sobre él, la fuerza normal y el peso como se representa en la figura.



Donde:

N = fuerza de reacción perpendicular al plano.

W = es la fuerza de atracción gravitacional que se ejerce sobre un cuerpo.

Si aplicamos una fuerza para provocar el movimiento del cuerpo, se presenta otra fuerza que se opone al movimiento y es conocida como **fuerza de rozamiento estático**, la cual es proporcional a la fuerza normal.

Esta proporcionalidad puede escribirse como:

$$f_s = \mu N$$

Una proporcionalidad se transforma en igualdad, al introducir una constante. Dicha constante es el coeficiente de rozamiento estático, la cual se define:

COEFICIENTE DE ROZAMIENTO ESTÁTICO
Es la relación entre la fuerza máxima de fricción estática y la magnitud de la fuerza normal.

$$\mu_s = \frac{f_s}{N}$$

Donde:

f_s = Fuerza de fricción estática(N,lb)

μ_s = Coeficiente de rozamiento estático

N = Fuerza normal(N,lb)

El coeficiente de rozamiento estático es una cantidad sin unidades, por tratarse de una relación de fuerzas, que siempre es menor que la unidad.

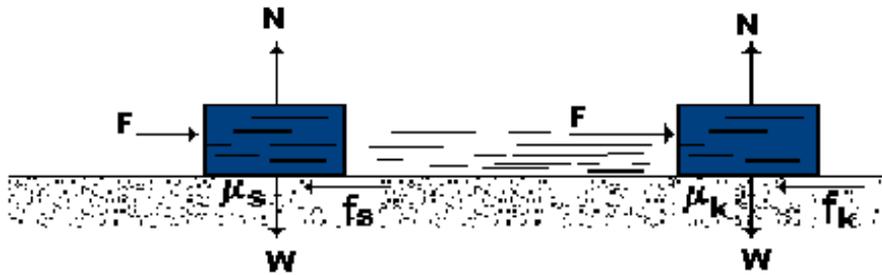
Con la ecuación anterior, calculamos la fuerza máxima de fricción estática, la cual corresponde al momento justo en que está por romperse la inercia del cuerpo.

$$f_s = \mu_s \cdot N$$

Rozamiento cinético.

En el momento en que el cuerpo rompe su estado de reposo y se inicia el movimiento, se presenta una transformación en la fuerza de rozamiento, es decir, la magnitud de dicha fuerza disminuye dando origen a la fuerza de rozamiento cinético.

La cual es independiente del área de contacto, pero es proporcional a la fuerza normal que mantiene las superficies en contacto, como se observa en la figura.



Aplicando el mismo procedimiento para la deducción de coeficiente de rozamiento estático, obtendremos:

$$f_k = \mu_k N$$

Donde:

f_k = Fuerza de fricción cinética (N, lb)

μ_k = Coeficiente del rozamiento cinético (Adimensional)

N = Fuerza normal (N, lb)

Si la fuerza F aplicada es mayor que la fuerza requerida para vencer la fricción, la fuerza resultante puede provocar aceleración y la ecuación es:

$$F_R = ma \quad \text{pero también}$$

$$F_R = F - f_k \quad \text{igualando las ecuaciones tenemos}$$

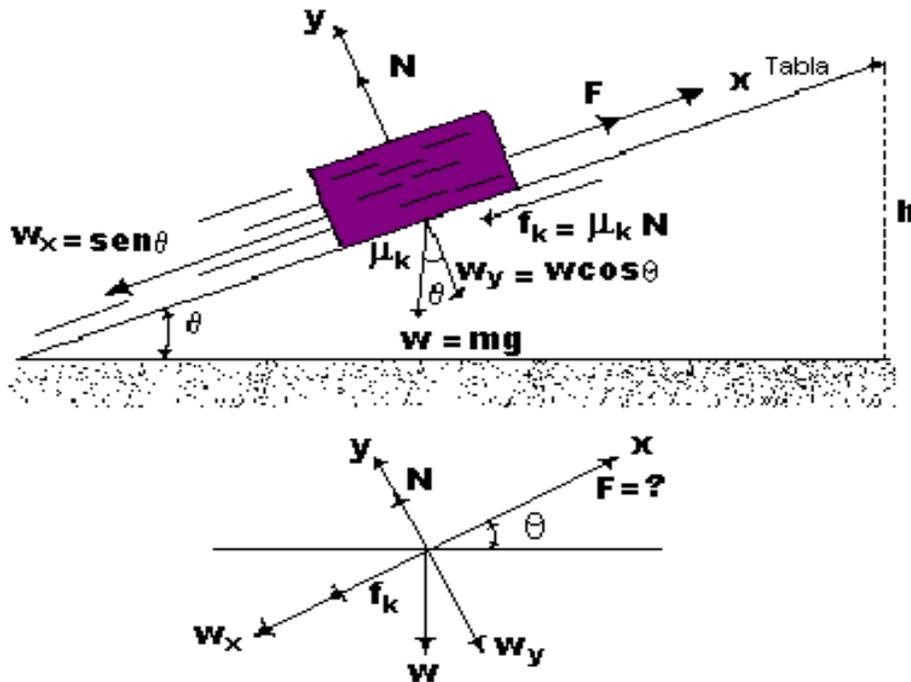
$$ma = F - f_k \quad \text{despejando } F \text{ tenemos que}$$

$$F = f_k + ma$$

Rozamiento en un plano inclinado.

Los casos en los cuales el plano sobre el cual se mueve el cuerpo es un plano inclinado, es necesario descomponer las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, en sus componentes rectangulares, de tal forma que el eje "x" sea paralelo al plano inclinado y el eje "y" perpendicular a él. Pueden presentarse dos situaciones; primero, que el cuerpo este en equilibrio bajo la acción de las fuerzas que actúan sobre él y segundo, que el cuerpo se mueva con movimiento acelerado por existir una fuerza no equilibrada como se observa en la siguiente figura.

El movimiento del bloque es hacia arriba.



Procedimiento para resolver ejercicios de plano inclinado.

- 1) Determina las componentes rectangulares del peso W_x y W_y .
- 2) Si el cuerpo está en equilibrio se aplica la primera condición de equilibrio:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \end{aligned}$$

- 3) Calcular la fuerza normal (N), en la ecuación de $\sum F_y = 0$, y usar su valor para obtener la fuerza de rozamiento.

Como se observa en la figura anterior, el peso del bloque es una fuerza que actúa verticalmente sobre él y se descompone en dos fuerzas, una perpendicular al plano W_y y otra paralela a W_x . La fuerza normal que tiende a mantener unido el bloque a la tabla será igual y opuesta a la componente W_y del peso, ya que su componente W_x actúa paralelamente al plano oponiéndose al movimiento ascendente del bloque, tal como se opone la fuerza de fricción dinámica. Por tanto de acuerdo con las ecuaciones de equilibrio tenemos:

$$\sum F_y = N - W_y = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_x = F - W_x - f_k = 0 \quad (2)$$

El valor de las componentes del peso son:

$$W_x = W \sin \theta$$

$$W_y = W \cos \theta$$

De acuerdo con la ecuación (1) tenemos:

$$N = W_y$$

Por tanto, la fuerza de fricción dinámica es:

$$f_k = \mu_k N$$

Para determinar F tenemos, de la ecuación (2)

$$F = W_x + f_k$$

$$F = W \sin \theta + \mu_k N$$

Valor de la fuerza necesaria para que el bloque ascienda con una velocidad constante. El movimiento del bloque es hacia abajo.

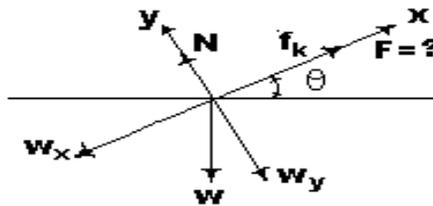
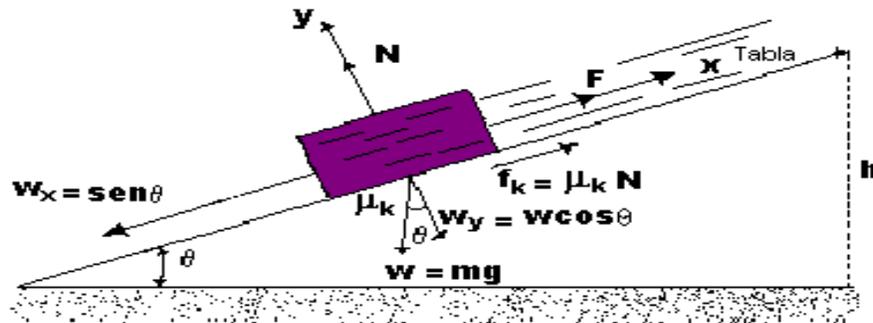


Diagrama del cuerpo libre.

$$\sum F_x = 0$$

$$F + f_k - W_x = 0$$

$$F = W_x - f_k.$$

$$F = W \sin \theta - \mu_k N$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N - W_y = 0$$

$$N = W_y$$

$$W_y = W \cos \theta$$

El coeficiente de fricción (μ_s) es igual a la tangente del ángulo (θ), llamado limitante o de reposo.

$$\mu_s = \tan \theta$$

Cuando un bloque se desliza hacia abajo del plano con velocidad constante se aplica: $\mu_k = \tan \theta$

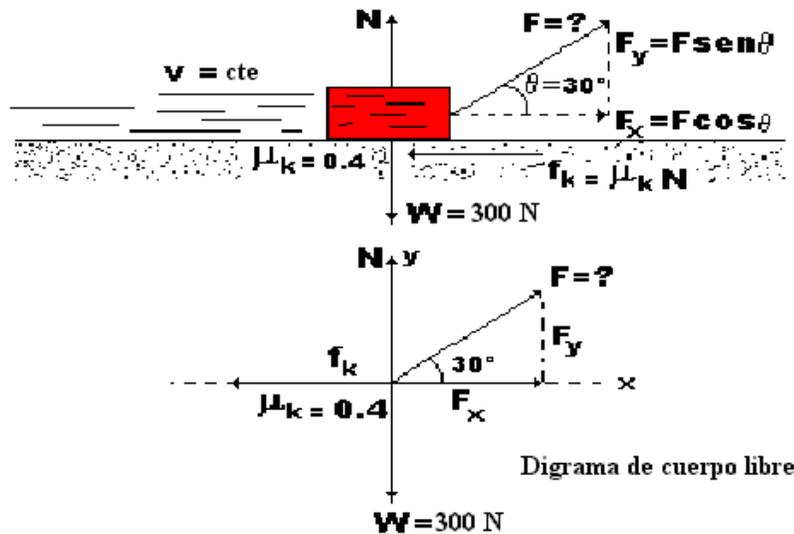
Tablas de coeficiente de fricción por deslizamiento para algunos materiales, obtenidos experimentalmente.

Material	μ_k
Hule sobre concreto.	0.70
Cuero sobre metales	0.56
Metal sobre roble	0.55
Hule sobre roble.	0.46
Pino sobre pino.	0.35
Hierro sobre concreto	0.30
Superficies engrasadas	0.05
Robles sobre robles.	0.25

Material.	μ_s	μ_k
Madera sobre madera.	0.7	0.4
Acero sobre acero.	0.15	0.09
Metal sobre cuero.	0.6	0.5
Madera sobre cuero	0.5	0.4
Hule sobre concreto seco.	0.9	0.7
Hule sobre concreto, húmedo.	0.7	0.57
Metal sobre metal lubricado.	0.03	0.03
Teflón sobre teflón	0.04	0.04

Ejercicios resueltos

1.-Determinar la fuerza que se deba aplicar con un ángulo de 30° respecto a la horizontal para deslizar el bloque de la siguiente figura a velocidad constante, el bloque tiene un peso de 300 N y el coeficiente de fricción dinámico es de 0.4



Datos:

- $W = 300\text{N}$
- $\mu_k = 0.4$
- $\theta = 30^\circ$
- $F = ?$
- $V = \text{constante.}$

Como se observa, la fuerza que se aplica al bloque tiene un ángulo de 30° respecto a la horizontal, por tal motivo su componente horizontal F_x es la que desplaza al bloque y tendrá un valor igual, pero de sentido opuesto a la fuerza de fricción f_k . Por otra parte, la componente vertical de la fuerza f_y al actuar sobre el cuerpo con sentido hacia arriba contribuye a levantarlo reduciendo la fuerza de fricción entre las superficies, por lo que la fuerza normal será igual al peso del bloque menos la componente F_y de la fuerza. Por lo tanto tenemos:

Formulas:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ F_x - f_k &= 0 \quad (1) \\ \sum F_y &= 0 \\ N + (-W) + F_y &= 0 \quad (2) \end{aligned}$$

De la ecuación (1) tenemos

$$F_x = f_k = \mu_k N \quad (3)$$

De la ecuación (2) tenemos:

$$N = W - F_y \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3) tenemos:

$$F_x = \mu_k (W - F_y) \text{ como}$$

$$F_y = F \text{ sen } \theta$$

$$F_x = F \text{ cos } \theta$$

$$F \text{ cos } \theta = \mu_k (W - F \text{ sen } \theta)$$

Desarrollo:

Sustituyendo datos:

$$F \text{ cos } 30^\circ = 0.4 (300 \text{ N} - F \text{ sen } 30^\circ)$$

$$0.8660F = 0.4 (300 \text{ N} - 0.5F)$$

$$0.8660F = 120 \text{ N} - 0.2F$$

$$0.8660F + 0.2F = 120 \text{ N}$$

$$F(0.8660 + 0.2) = 120 \text{ N}$$

$$1.066F = 120 \text{ N}$$

$$F = \frac{120 \text{ N}}{1.066} = 112.570 \text{ N}$$

$$F = 112.570 \text{ N}$$

Donde la fuerza que se debe aplicar al bloque es de **112.570 N** con un ángulo de 30° respecto a la horizontal para que se desplace con una velocidad constante.

2.-Se aplica una fuerza de 240 N formando un ángulo de 25° con la horizontal sobre un bloque de 440 N, como se ve en la figura. Si el bloque adquiere una aceleración de 4 m/s, calcular el coeficiente de fricción dinámico (μ_k).

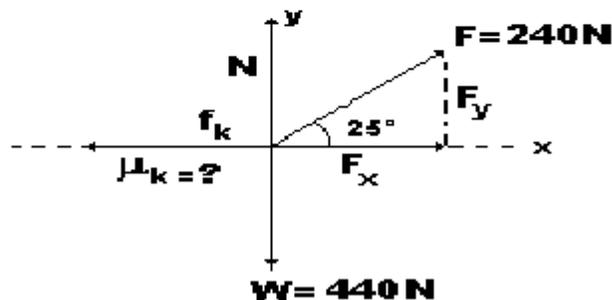
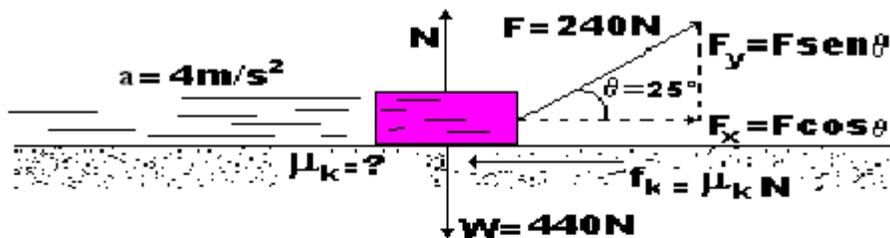


Diagrama de cuerpo libre

Como el bloque recibe una aceleración de 4 m/s^2 , la fuerza resultante que la provoca equivalen a la diferencia entre la componente (F_x) de $F = 240 \text{ N}$ y la fuerza de fricción dinámica (f_k), donde se analizan las formulas de la siguiente manera:

Datos:

$$F = 240 \text{ N}$$

$$\theta = 25^\circ$$

$$W = 440 \text{ N}$$

$$a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\mu_k = ?$$

$$\sum F_x = 0$$

$$F_x - f_k = F_R \quad (1) \text{ como:}$$

$$F_R = ma \quad (2) \text{ sustituyendo la ecuación 2 en la ecuación (1).}$$

$$F_x - f_k = ma \quad (3) \text{ como:}$$

$$W = mg \text{ despejando } m$$

$$m = \frac{W}{g} \quad (4) \text{ sustituyendo la ecuación 4 en la ecuación (3).}$$

$$F_x - f_k = \frac{Wa}{g} \quad (5) \text{ como:}$$

$$f_k = \mu_k N \quad (6)$$

$$F_x = F \cos \theta \quad (7) \text{ sustituyendo la ecuación (6) y (7) en la ecuación (5)}$$

$$F \cos \theta - \mu_k N = \frac{Wa}{g} \quad (8)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N - W + F_y = 0$$

$$N = W - F_y \quad (9) \text{ sustituyendo la ecuación (9) en la ecuación (8).}$$

$$F \cos \theta - \mu_k (W - F_y) = \frac{Wa}{g} \quad (10) \text{ como}$$

Desarrollo:

$$- \mu_k (W - F \text{sen} \theta) = \frac{Wa}{g} - F \cos \theta$$

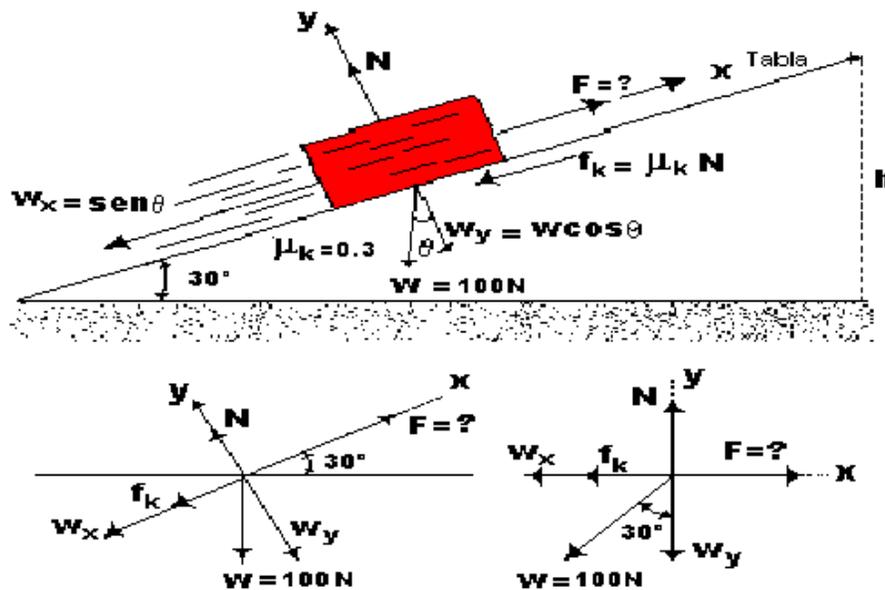
$$- \mu_k = \frac{\frac{W}{g}(a) - F \cos \theta}{W - F \text{sen} \theta}$$

$$\mu_k = - \left[\frac{\frac{W}{g}(a) - F \cos \theta}{W - F \text{sen} \theta} \right] = - \left[\frac{\left(\frac{440 \text{ N}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \right) \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) - 240 \text{ N} \cos 25^\circ}{440 \text{ N} - 240 \text{ N} \text{sen} 25^\circ} \right]$$

$$\mu_k = - \left[\frac{179.591 \text{ N} - 217.513 \text{ N}}{440 \text{ N} - 101.428 \text{ N}} \right] = \frac{-37.922 \text{ N}}{-338.571 \text{ N}} = 0.1120$$

$$\mu_k = 0.1120$$

3. Un bloque de 100 N se desliza sobre una tabla que forma un ángulo de 30° con respecto a la horizontal, existiendo un coeficiente de fricción dinámica de 0.3 encontrar la fuerza que se debe aplicar al bloque para que se mueva con una velocidad constante, como se muestra en la figura.



Al girar los ejes (x,y) del diagrama del cuerpo libre tenemos:

Datos.

$W = 100 \text{ N}$

$\theta = 30^\circ$

$\mu_o = 0.3$

$F = ?$

Formulas:

Aplicando el primer principio de equilibrio tenemos:

$\sum F_y = N - W_y = 0 \quad (1)$

$\sum F_x = F - f_k - W_x = 0 \quad (2)$

Como el valor de los componentes del peso son:

$W_x = W \text{sen} \theta$

$W_y = W \text{cos} \theta$ de acuerdo con la ecuación (1)

$N = W \text{cos} \theta$

Desarrollo:

$N = 100 \text{ N}(\text{cos}30^\circ) = 86.602 \text{ N}$

$N = 86.602 \text{ N}$

Por lo tanto, la fuerza de fricción dinámica es:

$f_k = \mu_k N$

$f_k = 25.980 \text{ N}$

$f_k = (0.3)(86.602 \text{ N}) = 25.980 \text{ N}$

$W_x = W \text{sen} \theta$

$W_x = 50 \text{ N}$

$W_x = (100 \text{ N})(\text{sen}30^\circ) = 50 \text{ N}$

Por lo que al sustituir valores en la ecuación (2) tenemos:

$$F - f_k - W_x = 0$$

$$F = f_x + W_x$$

$$F = 75.98 \text{ N}$$

$$F = 25.980 \text{ N} + 50 \text{ N} = 75.98 \text{ N}$$

Valor de la fuerza que es necesaria para que el bloque ascienda con una velocidad constante.

Ejercicios propuestos:

Contesta correctamente las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué es el peso de un cuerpo?
- 2) ¿Cuál es la dirección y el sentido del vector que representa el peso de un cuerpo?
- 3) ¿Que entiendes por fuerza de fricción estática (f_s) ?
- 4) ¿Qué expresión matemática permite calcular f_s ?
- 5) Define que es la fuerza de fricción cinética f_k
- 6) ¿Cuál es la expresión matemática que permite calcular f_k ?
- 7) Menciona dos ventajas del rozamiento.
- 8) Menciona dos desventajas del rozamiento.
- 9) Explica cómo puede reducirse el rozamiento.
- 10) ¿Qué pasaría si se eliminara el rozamiento total de un cuerpo?
- 11) Explica a qué se debe el rozamiento.
- 12) ¿Qué tipo de relación existe entre la fuerza de rozamiento cinético y la fuerza normal?
- 13) Explica a qué se le llama fuerza normal.

14) Se desea transportar una placa de cobre de 45 N, sobre una superficie de acero, con una aceleración de 3 m/s². Calcula la fuerza que deberá aplicarse sabiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre esta superficie es de 0.36.

Respuesta: F = 29.97 N.

15) Una caja de roble se desliza con una velocidad uniforme hacia abajo sobre un tablón inclinado de roble. ¿A qué ángulo debe estar sostenido el tablón?

Respuesta: $\theta = 14^\circ$

16) Determinar la fuerza que se debe aplicar para deslizar un bloque de 200 N con velocidad constante sobre una superficie con coeficiente de fricción igual a 0.4, al presentarse las siguientes situaciones:

- a) Se empuja el bloque con un ángulo de 30°
- b) Se jala el bloque con un ángulo de 30°

F = 121.2 N
F = 75.05 N

17) Un bloque de 30 N se desliza sobre una tabla al existir un coeficiente de fricción dinámico de 0.4. Determina la fuerza que se debe aplicar al bloque para que se mueva con una velocidad constante cuando:

- a) La tabla se encuentra sobre una superficie horizontal. **F = 12 N**
- b) La tabla forma un ángulo de 20° respecto al plano horizontal (hacia arriba). **F = 21.53 N**

18) ¿Que empuje horizontal (F) se necesita para sostener un bloque de 200 N sobre un plano inclinado de 60° si $\mu_s = 0.4$?

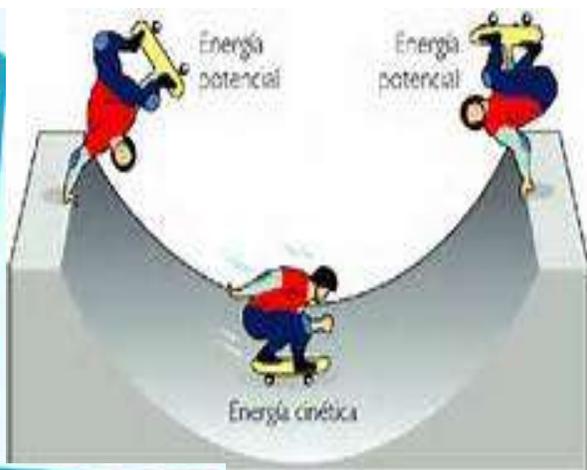
Respuesta: 157 N

19) Una banda transportadora se utiliza para cargar canastos en un avión de carga, si $\mu_s = 0.5$. ¿Cuál es el ángulo máximo de elevación para evitar el deslizamiento?

Respuesta: 26.6°



UNIDAD III. ENERGÍA, TRABAJO Y POTENCIA



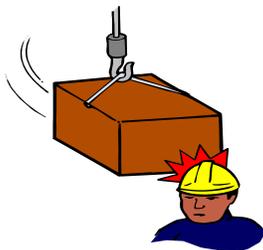
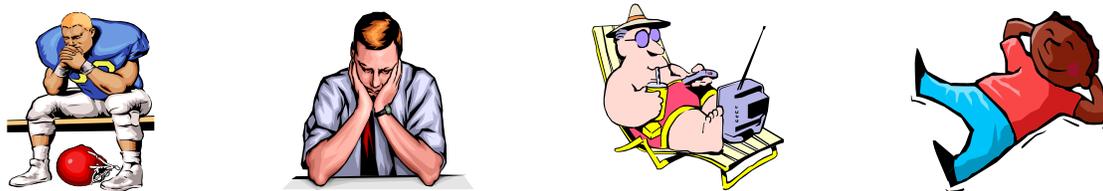
Después de haber estudiado las *causas* que dan origen al movimiento de los cuerpos conocerás, en esta unidad, los *efectos* que producen tales movimientos. Un objeto, al moverse, puede producir cambios en sí mismo o en sus alrededores. Estos cambios o efectos los conocerás a través del análisis de tres conceptos fundamentales en el desarrollo de la Dinámica: *trabajo mecánico, potencia y energía*.

Iniciaremos analizando el más primitivo de estos conceptos, **energía**.

¿Qué es energía? Cuando tienes energía puedes realizar muchas actividades: correr más rápido, saltar más alto, nadar una mayor distancia, correr en bicicleta o simplemente estudiar.



Al realizar cualquiera de estas acciones, terminas cansado y con hambre, necesitarás comer y dormir para recuperar la energía perdida. De alguna forma, la energía recuperada al dormir y al comer será transferida a la energía necesaria para poder realizar, de nuevo, cualquier actividad.



Los objetos, al igual que las personas, pueden tener energía. Por ejemplo, un bloque al caer desde cierta altura tiene suficiente energía para dañar todo lo que encuentre a su paso.

Un objeto tiene energía si puede producir un cambio en sí mismo o en sus alrededores.

A esta manifestación de energía le conocemos como **energía de movimiento o energía mecánica**. El hombre ha diseñado y construido una gran variedad de máquinas y herramientas que hacen más fácil la producción de tales cambios; desde las más comunes hasta las grandes máquinas que mueven enormes cantidades de materiales en poco tiempo.



ENERGÍA.

En el lenguaje cotidiano empleamos el término *energía* de muchas formas. Por ejemplo: cuando los niños siguen corriendo y jugando después de que los adultos se han cansado, se dice que están llenos de *energía*. Esta expresión significa dinamismo, vitalidad, movimiento, fuerza.



La energía siempre ha estado estrechamente ligada con las actividades cotidianas del ser humano, al principio el hombre primitivo realizaba todas sus tareas utilizando solamente la energía de su cuerpo. Posteriormente, utilizó la energía de los animales para desarrollar más fácilmente todas sus acciones. Más tarde, descubrió que podía utilizar otras formas de energía, como la velocidad del viento; así como las corrientes de agua. Es decir, el hombre se dio cuenta que existen varios tipos de energía. Actualmente se te presentan los siguientes:

Tipos de energía.

Energía Calorífica

Se produce por la combustión de materiales como; madera, petróleo, gas natural, gasolina, entre otros.



Con energía calorífica puedes calentar cualquier cosa.

Energía química

Se produce cuando las sustancias reaccionan entre sí alterando su constitución íntima, como es el caso de la energía obtenida en los explosivos.

Energía Eléctrica

Se produce cuando a través de un material conductor se logra un movimiento o flujo de electrones. La corriente eléctrica genera luz, calor y magnetismo.



La corriente eléctrica también se siente cuando pasa por nuestro cuerpo

Energía hidráulica

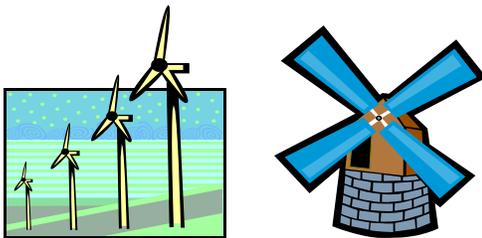
Se aprovecha cuando la corriente de agua mueve un molino o también cuando la caída de agua de una presa mueve una turbina.



Este tipo de energía puede ser destructivo

Energía eólica

Es la producida por movimiento del aire y se aprovecha en los molinos de viento o en los aerogeneradores de alta potencia para producir electricidad.



Este tipo de energía se aprovecha para extraer agua del subsuelo

Energía nuclear

Es la originada por la energía que mantiene unidas a las partículas en el núcleo de los átomos, misma que es liberada en forma de energía calorífica y radiante cuando se produce una reacción de fusión, caracterizada por la unión de dos núcleos ligeros, para formar uno mayor.

Dar una definición precisa para la energía en sus diferentes manifestaciones no es algo sencillo, pero podemos decir que:

La energía es una propiedad que caracteriza la interacción de los componentes de un sistema físico que tiene la capacidad de realizar un trabajo.

Al inicio de esta unidad definimos la *energía* como la capacidad para cambiar un objeto o su entorno. Cambiar un objeto o que cambie su entorno significa realizar un *trabajo*. Es decir:



Este tipo de energía es utilizada para generar energía eléctrica

Energía radiante

Es la energía producida por ondas electromagnéticas que se caracterizan por su propagación en el vacío a una velocidad de 3.0×10^8 m/s, tal es el caso de los rayos gamma, rayos X, ultravioleta, infrarrojos o luminosos.



Este tipo de energía se aplica en radiología



Energía del átomo

ENERGÍA

Es la *capacidad* que posee un objeto para realizar un *trabajo*

Como la energía de un cuerpo se mide en función del trabajo que éste puede realizar, trabajo y energía se representan con las mismas unidades. La energía al igual que el trabajo, es una magnitud escalar.

En este capítulo analizaremos a la *energía mecánica* que es la que tienen los cuerpos cuando son capaces de interactuar con el sistema del cual forman parte, para realizar un trabajo. Se divide en: **Energía Cinética y Energía Potencial.**

Energía cinética.

Cualquier objeto en movimiento, desde un auto a gran velocidad hasta una hoja que cae, es capaz de causar algún tipo de cambio en un objeto que toque. Es decir, los cuerpos en movimiento tienen una forma de energía llamada *energía cinética* (E_c). La palabra cinética proviene del Griego = *kineticos*, que significa movimiento, entonces:

ENERGÍA CINÉTICA

Es la capacidad que un cuerpo posee para realizar un trabajo debido a su movimiento

La energía cinética se mide en función de la siguiente ecuación:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Donde:

E_c = Energía Cinética

m = masa del cuerpo

v = velocidad del cuerpo

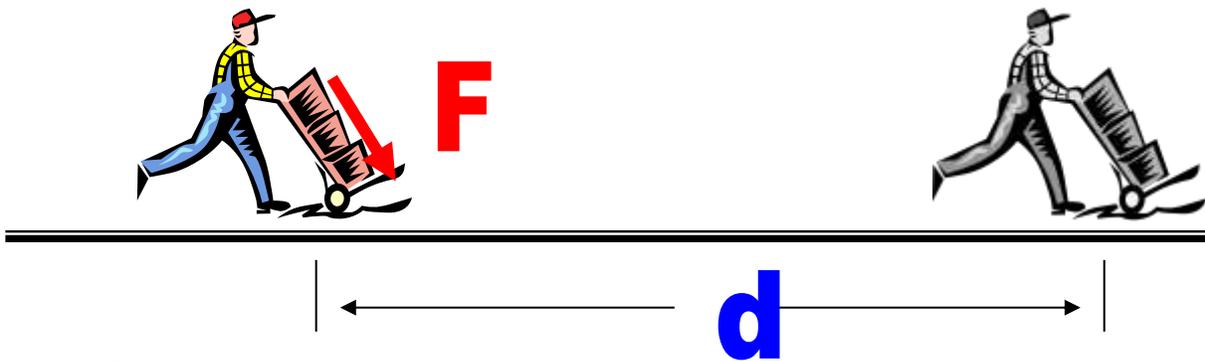
La representación matemática anterior se *deduce* del siguiente:

TEOREMA

El trabajo efectuado por una fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es igual al cambio de energía cinética del mismo.

Analiza con cuidado el siguiente desarrollo:

Si a un cuerpo en reposo se le aplica una fuerza resultante constante, tal que, le comunique una aceleración constante, ¿qué trabajo T hace esta fuerza sobre el cuerpo al producirle un desplazamiento d ?



La aceleración constante es:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} \dots\dots\dots (1)$$

El desplazamiento producido es:

$$d = \frac{v_f + v_0}{2} t \dots\dots\dots (2)$$

Por otra parte sabemos que:

$$T = F d \text{ y } F = m a, \text{ es decir, } T = m a d \dots\dots\dots (3)$$

sustituyendo (1) y (2) en (3)

$$T = m \left[\frac{v_f - v_0}{t} \right] \left[\frac{v_f + v_0}{2} \right] (t)$$

simplificando t y multiplicando los binomios conjugados

$$T = m \left[\frac{v_f^2 - v_0^2}{2} \right]$$

multiplicando el binomio por m, tenemos:

$$T = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \dots\dots\dots (4)$$

Según el enunciado del teorema anterior:

$$T = E_c(v_f) - E_c(v_0) \dots\dots\dots (5)$$

Comparando las ecuaciones (4) y (5), concluimos que:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Ejercicios resueltos.

1. Una pelota de béisbol de 350 gr, es lanzada con una velocidad de 97 mi/h. ¿Cuál es su energía cinética?

Datos

$m = 350 \text{ gr}$
 $v = 97 \text{ mi/h}$
 $E_c = ?$

Fórmula

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Desarrollo

$$E_c = \frac{1}{2} (0.350\text{kg})(43.353\text{m/s})^2$$

$$E_c = 328.909 \text{ J}$$

Conversiones

$$350 \text{ gr} \left[\frac{1\text{kg}}{1000 \text{ gr}} \right] = 0.350\text{kg}$$

$$97 \text{ mi/h} \left[\frac{1609\text{m}}{1\text{mi}} \right] \left[\frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \right] = 43.353\text{m/s}$$



2. Un martillo de 2.5 kg se utiliza para clavar en una madera. Si el martillo, al golpear el clavo, tiene una velocidad de 3.5 m/s y el clavo penetra 3 cm. ¿Cuál será la fuerza que ejerce el martillo sobre el clavo?

Datos

$m = 2.5 \text{ kg}$
 $v = 3.5 \text{ m/s}$
 $d = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$
 $F = ?$

Fórmula

$E_c(\text{del martillo}) = T(\text{realizado sobre el clavo})$

$$\frac{1}{2} m v^2 = F d$$

$$F = \frac{m v^2}{2d}$$

Desarrollo

$$F = \frac{(2.5\text{kg})(3.5\text{m/s})^2}{2(0.03\text{m})}$$

$$F = 510.416 \text{ N}$$

3. ¿Qué velocidad adquiere una bola de boliche de 7 kg cuando se lanza con una fuerza tal que le produce una energía cinética es de 7 J?

Datos

$m = 7 \text{ kg}$
 $E_c = 7 \text{ J}$
 $v = ?$



Fórmulas

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

Desarrollo

$$v = \sqrt{\frac{2(7\text{J})}{7\text{kg}}}$$

$$1.414 \text{ m/s}$$

Energía potencial.

Un objeto pesado colocado a cierta altura tiene un *potencial* para cambiar casi cualquier cosa al caer sobre ella. En este caso el movimiento se produce por la fuerza *gravitacional*: todo cuerpo sostenido a una determinada altura sobre el piso, tiene una **energía potencial gravitacional** debido a que puede realizar un *trabajo* al caer sobre otro cuerpo.



ENERGÍA POTENCIAL

Es la capacidad que un cuerpo posee para hacer un trabajo debido a su posición o altura a que se encuentra.

El trabajo realizado para colocar un objeto a cierta altura es el mismo que realizará el objeto al caer sobre otro. Es decir, el objeto tiene una *energía potencial* igual en magnitud al *trabajo* requerido para levantarlo, esto es:

$$E_p = T \dots \dots \dots (1)$$

$$T = m g h \dots \dots (2)$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$E_p = m g h$$

Donde:

E_p = Energía Potencial

m = masa del objeto

g = aceleración gravitacional

h = altura del objeto

Ejercicios resueltos.

- Una persona levanta una caja de 5.2 kg desde el piso para colocarlo en un estante que tiene una altura de 1.80 m sobre el piso.
 - ¿Cuál es la energía potencial gravitacional de la caja respecto al piso?
 - ¿Cuál es la energía potencial gravitacional de la caja respecto a la cabeza de la persona de 1.60 m de estatura?

Datos

$m = 5.2 \text{ kg}$
 $h_1 = 1.80 \text{ m}$
 $E_p = ?$
 $h_2 = (1.80 \text{ m} - 1.60 \text{ m})$
 $h_2 = 0.20 \text{ m}$
 $E_p = ?$

Fórmula

$$E_p = m g h$$

Desarrollo

$$E_p = (5.2 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(1.80 \text{ m})$$

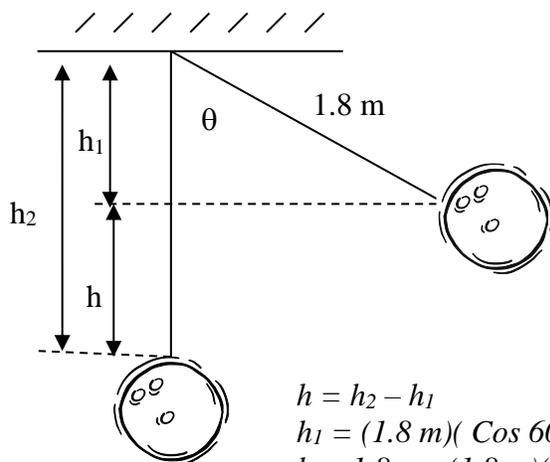
$$E_p = 91.718 \text{ J}$$

$$E_p = (5.2 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.20 \text{ m})$$

$$E_p = 10.192 \text{ J}$$



- Se construye un péndulo colgando una bola de boliche de 7.5 kg de una cuerda de 1.8 m de longitud. Se jala la bola hasta que la cuerda forma un ángulo de 60° con la vertical. ¿Cuál es la energía potencial de la bola en ese punto?



Datos

$m = 7.5 \text{ kg}$
 $\theta = 60^\circ$
 $h_2 = 1.8 \text{ m}$
 $E_p = ?$

Fórmula

$$E_p = m g h$$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 h &= h_2 - h_1 \\
 h_1 &= (1.8 \text{ m})(\cos 60^\circ) \\
 h &= 1.8 \text{ m} - (1.8 \text{ m})(\cos 60^\circ) \\
 h &= 0.9 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$E_p = (7.5 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.9 \text{ m})$$

$$E_p = 66.150 \text{ J}$$

3. En la construcción de un edificio con una grúa se levanta un riel que pesa 1 960 N. ¿Cuál será su energía potencial al ser colocado a una altura de 36 m?

Datos

$w = 1\,960\text{ N}$
 $h = 36\text{ m}$
 $E_p = ?$



Fórmula

$E_p = m g h$
 $E_p = w h$

Desarrollo

$E_p = (1\,960\text{ N})(36\text{ m})$

$E_p = 70\,560\text{ J}$

Interconversión entre energías cinética y potencial.

Cuando un malabarista lanza una bola hacia arriba está realizando un trabajo sobre ella. Cuando la bola abandona su mano adquiere energía cinética y, a medida que sube, su velocidad se reduce debido a la fuerza de atracción de la Tierra: la bola asciende pero la fuerza es hacia abajo de tal forma que el trabajo realizado sobre la bola es negativo y la energía cinética de la bola es cada vez menor. Cuando alcanza su máxima altura su velocidad, en ese instante, se termina y su energía cinética se ha transformado en energía potencial y la bola inicia su regreso.

En el momento que retorna a su mano, la *gravedad* ha realizado una cantidad igual de trabajo positivo, y la bola recupera su velocidad original, por lo que, la energía potencial se empieza a transformar en energía cinética adquiriendo el mismo valor que tenía cuando abandonó su mano: la energía cinética que se le dio a la bola se transformó en energía potencial, y de nuevo, en energía cinética.

Se enuncia como:

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

En ausencia de fricción, resistencia del aire o de cualquier fuerza disipadora, la suma de las energías cinética y potencial, es siempre *constante*.

Bajo estas condiciones la energía cinética final de una masa **m** que se deja caer desde una altura **h** es:

$E_p(\text{arriba}) = E_c(\text{abajo})$

$m g h = \frac{1}{2} m v^2$

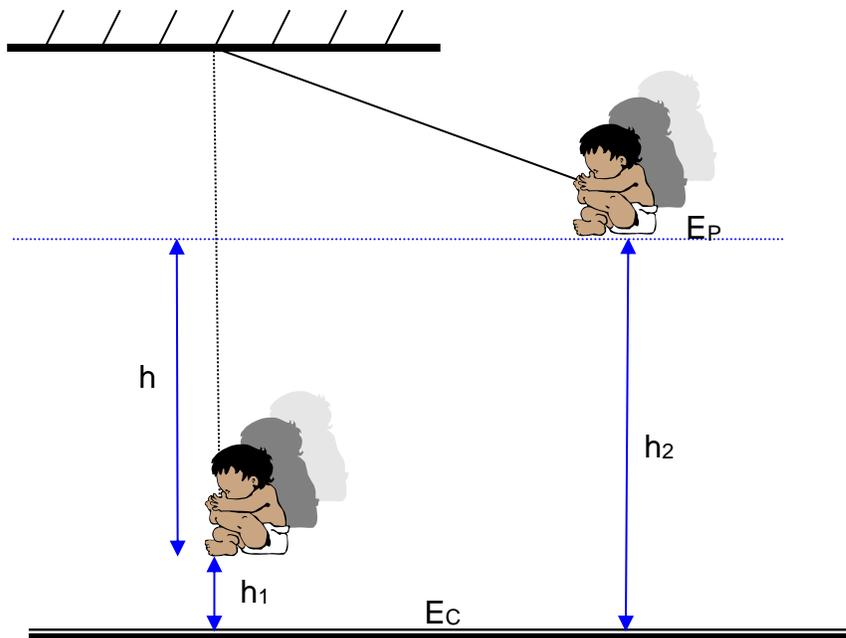
despejando v, se tiene

$v = \sqrt{2gh}$

Si observas la fórmula anterior recordarás que es la misma que se utiliza para determinar la velocidad de impacto o final de un objeto en caída libre.

Ejercicios resueltos.

1. Un niño pequeño se mece en un columpio y cuando alcanza su punto más alto está situado a 2.7 m sobre el piso y en su punto más bajo a 60 cm ¿Cuál es la máxima velocidad que alcanza el columpio?



$$h = h_2 - h_1$$

$$h = 2.7\text{m} - 0.60\text{m}$$

$$h = 2.10\text{m}$$

Datos

$h_2 = 2.7 \text{ m}$
 $h_1 = 0.60 \text{ m}$
 $h = 2.10 \text{ m}$
 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
 $v = ?$

Fórmulas

$E_p = E_c$
 $m g h = \frac{1}{2} m v^2$

Desarrollo

$$v = \sqrt{2(9.8\text{m/s}^2)(2.10\text{m})}$$

$$v = 6.415 \text{ m/s}$$

2. Desde lo alto de una torre que tiene una altura de 100 m se deja caer un objeto de 4 kg, encuentra:
- La energía potencial del objeto antes de caer.
 - La energía potencial, la velocidad y la energía cinética del objeto, cuando ha recorrido 1/5 parte de su altura.
 - La velocidad y la energía cinética del objeto en el momento de impacto con el piso.
 - El tiempo que empleó el objeto para llegar al piso.

Datos

$h = 100 \text{ m}$
 $m = 4 \text{ kg}$
 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

Fórmulas

$E_p = m g h$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$v = \sqrt{2gh}$

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Desarrollo

a) $E_p = (4 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m})$

$E_p = 3\,920 \text{ J}$

b) 1/5 parte de su altura = 20 m, por lo tanto, se encuentra a 80 m de altura.

$E_p = (4 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(80 \text{ m})$

$E_p = 3\,136 \text{ J}$

Para hallar la velocidad del objeto se considera la distancia recorrida, 20 m.

$v = \sqrt{2(9.8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m})}$

$v = 19.8 \text{ m/s}$

$E_c = \frac{1}{2}(4 \text{ kg})(19.8 \text{ m/s})^2$

$E_c = 784 \text{ J}$

c) En el momento del impacto ha recorrido los 100 m.

$v = \sqrt{2(9.8 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m})}$

$v = 44.271 \text{ m/s}$

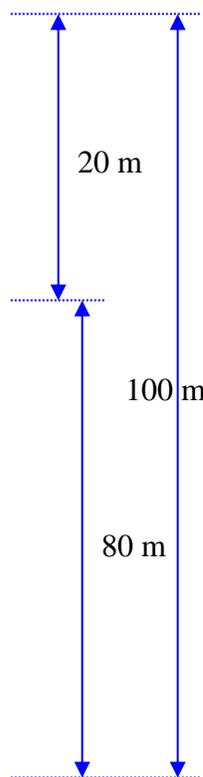
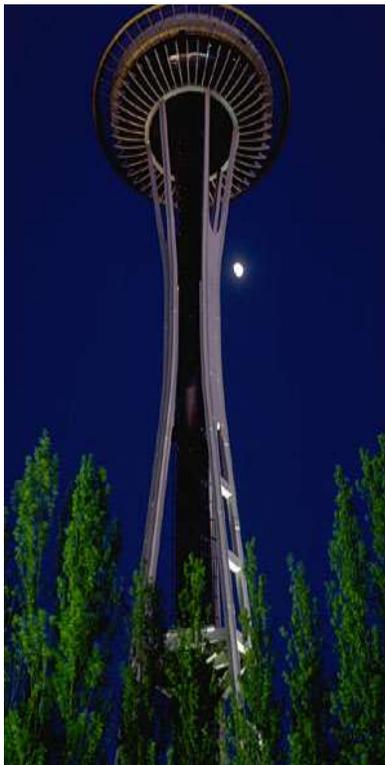
$E_c = \frac{1}{2}(4 \text{ kg})(44.271 \text{ m/s})^2$

$E_c = 3\,920 \text{ J}$

d) como es caída libre:

$t = \sqrt{\frac{2(100 \text{ m})}{9.8 \text{ m/s}^2}}$

$t = 4.517 \text{ s}$



3. Un automóvil de 2 000 kg desciende por una pendiente que forma un ángulo de 20° con la horizontal, como se muestra en la figura, con una velocidad de 90 km/h. Si se le aplican los frenos y el auto se detiene a los 30 m, ¿qué fuerza realizaron los frenos para detenerlo?

Datos

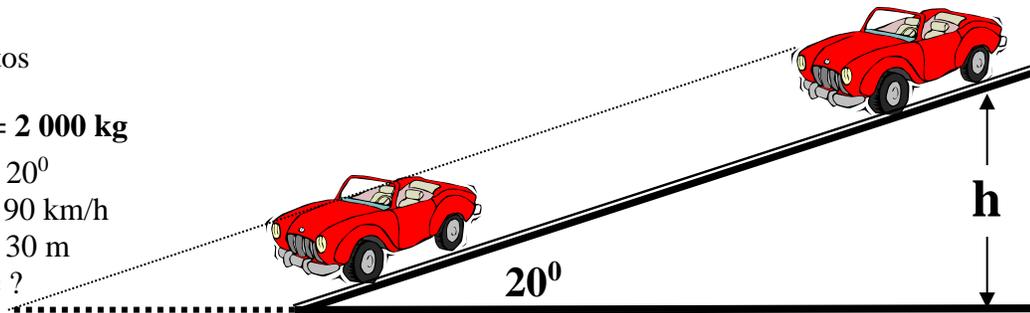
$$m = 2\,000\text{ kg}$$

$$\phi = 20^\circ$$

$$v = 90\text{ km/h}$$

$$d = 30\text{ m}$$

$$F = ?$$



Como el automóvil tiene energía potencial y energía cinética debido a su altura y velocidad, respectivamente, cuando éste se detiene ambas energías se han transformado en trabajo realizado contra la fuerza de fricción que lo detiene (frenos), por lo que se realizará un trabajo negativo, es decir, la fuerza de fricción y el desplazamiento tienen sentido contrario.

Fórmulas

$$T = E_p (\text{perdida}) + E_c (\text{perdida}) \dots (1)$$

$$E_p = m g h$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$T = - F d$$

Desarrollo

$$E_p = (2\,000\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(30\text{ m Sen } 20^\circ)$$

$$E_p = 201\,096\text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} (2\,000\text{ kg})(25\text{ m/s})^2$$

$$E_c = 625\,000\text{ J}$$

Sustituyendo los valores encontrados en (1), tenemos:

$$T = 201\,096\text{ J} + 625\,000\text{ J}$$

$$T = 826\,096\text{ J}$$

Despejando F , de $T = - F d$

$$F = - \frac{826\,096\text{ J}}{30\text{ m}}$$

$$F = - 27\,536.533\text{ N}$$

Ejercicios propuestos.

1. Un cuerpo de 25 slugs se deja caer desde una altura de 35 ft. Encuentra su energía potencial antes de caer; su energía cinética cuando se encuentra a una altura de 10 ft; su energía cinética al chocar con el suelo; su velocidad, cuando se encuentra a una altura de 5 ft y su velocidad al impactarse con el suelo.

$$E_p = 28\,000 \text{ ft}\cdot\text{lb}$$

$$E_c = 20\,000 \text{ ft}\cdot\text{lb}$$

$$E_c = 28\,000 \text{ ft}\cdot\text{lb}$$

$$v = 43.818 \text{ ft/s}$$

$$v = 47.329 \text{ ft/s}$$

2. Se dispara una bala de 50 kg desde un cañón situado en la superficie de la Tierra, y alcanza una altura de 4×10^2 m.
- a) ¿Cuál es la energía potencial gravitacional del sistema Tierra-bala respecto a la superficie de la Tierra cuando la bala alcanza su máxima altura?
- b) ¿Cuánta energía potencial le queda al sistema cuando la bala cae a una altura de 2×10^2 m?

Respuestas: $E_p = 1.96 \times 10^5 \text{ J}$
 $E_p = 9.8 \times 10^4 \text{ J}$

3. Se construye un péndulo colgando un objeto de 7.26 kg de una cuerda de 2.5 m de longitud. Se jala el objeto hasta que la cuerda forma un ángulo de 45° con la vertical. ¿Cuál es la energía potencial del objeto?

Respuesta: $E_p = 52 \text{ J}$

4. Un cuerpo de 0.2 kg se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 90 km/h. ¿Cuál es el valor de sus energías cinética y potencial al inicio de su ascenso? ¿cuál es el valor de sus energías cinética y potencial cuando se encuentra a 10 m de altura?

Respuestas: $E_c = 62.5 \text{ J}$
 $E_p = 0$
 $E_c = 42.9 \text{ J}$
 $E_p = 19.6 \text{ J}$

5. Sobre un cuerpo de 10 kg se aplica una fuerza constante de 50 N que forma un ángulo con la horizontal de 25° . Si a partir del reposo se ha desplazado 6 m ¿cuál será su velocidad en ese instante?

Respuesta: $v = 7.37 \text{ m/s}$

6. Un cuerpo se desliza sobre el piso con una velocidad de 15 m/s. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y el piso es 0.2, ¿qué distancia recorre el cuerpo antes de detenerse?, ¿en qué tiempo se detiene? **Respuestas:** $d = 57.4 \text{ m}$ $t = 7.65 \text{ s}$

7. Un automóvil de 17 640 N, desciende con una velocidad de 10 m/s por una pendiente que forma un ángulo de 25° respecto a la horizontal. Al aplicar los frenos el auto recorre 20 m hasta detenerse. ¿Qué fuerza realizaron los frenos para detenerlo?

Respuesta: $F = - 11\,954.986 \text{ N}$

Trabajo mecánico.

La palabra *trabajo* puede interpretarse de varias formas. Por ejemplo, si por realizar alguna actividad recibes una cantidad de dinero, dirás que realizaste un trabajo; la anterior es una forma común de definirla.



Si consideramos que al comer y dormir se obtiene energía, la cual, de alguna forma, será transferida a la energía necesaria para realizar alguna actividad como nadar, entonces, la palabra trabajo, indicará la cantidad de energía que fue transferida de la comida a la persona y luego al agua de la alberca. Esta última definición es más científica, sin embargo, ¿cómo se debe interpretar el trabajo mecánico, es decir, el trabajo en Física?

¡Analiza el siguiente caso!

Cuando levantas un objeto haces un *trabajo* y éste es mayor cuando el objeto es más pesado y, todavía será mayor, si tienes que levantarlo a una mayor altura. Parece razonable considerar que la cantidad de energía transferida durante el levantamiento (trabajo realizado), está en función de la fuerza aplicada para levantar al cuerpo y de la altura a que se levantó.

En forma más general y para los casos en que la fuerza aplicada es constante, decimos que:

TRABAJO: Es el producto de la fuerza ejercida sobre un objeto por la distancia que éste se desplaza en la dirección de la fuerza

La representación matemática de la definición anterior es:

$$T = F d$$

Donde:

T = trabajo desarrollado

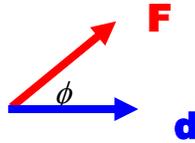
F = magnitud de la fuerza aplicada

d = magnitud del desplazamiento del objeto

Observa que el trabajo es una magnitud *escalar*, es decir, no tiene dirección ni sentido.

Después de tener una idea más clara de trabajo, como concepto físico, es importante comprender que no siempre la fuerza aplicada y el desplazamiento tendrán la misma dirección y sentido, por lo que deben hacerse las siguientes **consideraciones**:

1. Si al aplicar una fuerza F sobre un objeto se hace formando un ángulo con la dirección d del desplazamiento, el trabajo será el producto de la componente de dicha fuerza en la dirección del desplazamiento por la magnitud del desplazamiento logrado.

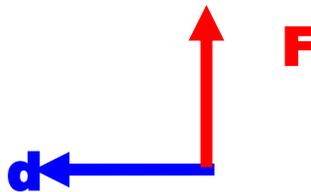


$$T = (F \cos \phi) d$$

2. Cuando la fuerza F es perpendicular al desplazamiento d , la fuerza aplicada no realiza trabajo alguno, es decir, $T = 0$

Al ser perpendiculares la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo de 90° y, como $\cos 90^{\circ} = 0$, entonces, $T = 0$.

Por ejemplo, cuando una persona transporta un objeto, para sostenerlo, le aplica una fuerza *hacia arriba*, sin embargo, el desplazamiento del objeto es en forma *horizontal*.

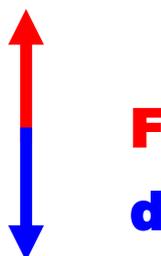


$$T = 0$$

3. Si la fuerza F y el desplazamiento d tienen la misma dirección pero sentido contrario, el trabajo T es negativo.

Al tener la fuerza y el desplazamiento la misma dirección pero sentido contrario, forman un ángulo de 180° y, como $\cos 180^{\circ} = -1$, entonces, el trabajo T sí existe pero tiene un valor negativo.

Por ejemplo, si se coloca *suavemente* sobre el suelo un objeto cualquiera, se está ejerciendo una fuerza *hacia arriba*, sin embargo, el desplazamiento es *hacia abajo*.



$$T = - F d$$

4. Si se aplica una fuerza F sobre un objeto y éste *no se mueve*, no existe trabajo alguno. Si al objeto al que se le aplica una fuerza no se desplaza, entonces, $d = 0$; y, por lo tanto, $T = 0$.



$$T = 0$$

5. Para medir el trabajo T realizado para levantar una masa m a una cierta altura h aplicamos la *segunda ley del movimiento de Newton*. Considerando que la fuerza F que se requiere para *levantarlo* es su propio *peso* y que el desplazamiento d es la altura, entonces, $T = F d$, quedará indicado como:



$$T = w h$$

$$T = m g h$$

Unidades de trabajo.

La unidad de trabajo en el Sistema Internacional es el *newton·metro*, la cual se usa con tanta frecuencia que tiene su propio nombre, *Joule* o *Julio* (J) en honor al Físico Inglés *James Prescott Joule* (1818-1889):

“Si una fuerza de un newton desplaza un objeto un metro, realiza un trabajo de un Joule”

La unidad de trabajo en el Sistema Inglés se le conoce como *pie·libra* ($ft\cdot lb$).

“Si una fuerza de una libra desplaza un objeto un pié, realiza un trabajo de un $ft\cdot lb$ ”

La equivalencia o factor de conversión entre las dos unidades es:

$$1 J = 0.7376 ft\cdot lb$$

Ejercicios resueltos.

1. Una persona aplica una fuerza de 60 N formando un ángulo de 50° con respecto de la horizontal, al empujar una podadora de césped para desplazarla una distancia de 2.6 m. Encuentra el trabajo realizado por la persona, sobre la máquina, sin considerar la fuerza de rozamiento.

Datos

$F = 60 \text{ N}$
 $d = 2.6 \text{ m}$
 $\theta = 50^\circ$
 $T = ?$

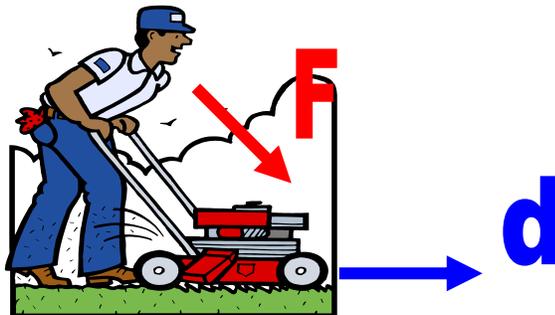
Fórmula

$$T = (F \cos\theta) d$$

Desarrollo

$$T = (60 \text{ N})(\cos 50^\circ)(2.6 \text{ m})$$

$$T = 100.261 \text{ J}$$



2. Una persona de 80 kg sube por una escalera eléctrica, en un centro comercial, y se desplaza 18 m. ¿Qué trabajo realiza la escalera sobre la persona si la inclinación de la escalera es de 40° ?

Datos

$m = 80 \text{ kg}$
 $d = 18 \text{ m}$
 $\theta = 40^\circ$
 $T = ?$

Fórmulas

La fuerza es el peso de la persona:

$$F = w = m g$$

Como el desplazamiento es vertical, se considera la componente en y de la fuerza, es decir, $F \text{ Sen } \theta$

Desarrollo

$$T = (80 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(\text{Sen } 40^\circ)(18\text{m})$$

$$T = 9\,071 \text{ J}$$



3. Determina el trabajo que se realiza en cada uno de los casos siguientes:

- a) Para levantar una viga de acero de 60 kg, desde el piso, hasta una altura de 1.8 m

Datos

$m = 60 \text{ kg}$
 $h = 1.8 \text{ m}$
 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

Fórmula

$$T = m g h$$

Desarrollo

$$T = (60 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(1.8 \text{ m})$$

$$T = 1\,058.4 \text{ J}$$

b) Para mantener la viga en esa posición durante 2 minutos

┆ T = 0; Porque no hay desplazamiento



Potencia.

En ninguna de las consideraciones hechas hasta ahora, sobre trabajo mecánico, se ha mencionado el *tiempo* empleado para mover un objeto. Sin embargo, el hombre realiza y programa todas sus actividades en función del tiempo, por lo que es importante considerarlo.

Por ejemplo, el trabajo realizado para levantar una caja que contiene algunas latas de alimento es el mismo si la caja se levanta completa, en cinco segundos, o si cada lata se levanta separadamente así se empleen veinte minutos para colocarlas todas sobre el anaquel; el trabajo realizado es el mismo, pero la *potencia* es diferente.

Dado el ejemplo anterior podemos afirmar que:

POTENCIA

Es la medida del intervalo de tiempo en el cual se realiza un trabajo. Es decir, potencia es el trabajo realizado en la unidad de tiempo empleado para ello.

En términos matemáticos diremos que el valor de la potencia es directamente proporcional al trabajo realizado e inversamente proporcional al tiempo empleado para ello:

$$P = \frac{T}{t}$$

Donde:

P = potencia desarrollada

T = trabajo realizado

t = tiempo empleado

Debe quedarte claro, por la definición dada, que cuanto menor sea el *tiempo* empleado por una máquina en efectuar cierto *trabajo*, tanto mayor será su *potencia*.

La potencia también se mide en función de la velocidad, esto es:

$$P = \frac{T}{t} \dots\dots\dots (1)$$

Como $T = F d \dots\dots\dots (2)$

Sustituyendo (2) en (1), resulta:

$$P = \frac{Fd}{t} \dots\dots\dots (3)$$

Si $v = \frac{d}{t}$ (4)

Sustituyendo (4) en (3), tenemos:

Donde: $P = Fv$

P = potencia

F = fuerza aplicada

v = velocidad adquirida

Unidades de potencia.

La unidad de potencia en el Sistema Internacional es J/s , esta unidad se denomina *Watt o Vatio (W)*, en honor a *James Watt (1736-1819)*, perfeccionador de la máquina de vapor.

Un múltiplo muy utilizado de la unidad anterior, es el *kilowatt (kW)*, que es equivalente a $1 \times 10^3 W$. En el Sistema Inglés la unidad de potencia es *ft·lb/s*

Existen otras unidades para medir potencia las cuales son independientes a los dos sistemas de medidas anteriores, pero muy utilizadas en la industria: *caballo fuerza (HP)* y *caballo de vapor (CV)*.

Las equivalencias o factores de conversión entre las unidades de potencia son:

$$1 kW = 1 \times 10^3 W = 1.36 CV = 1.34 HP$$

$$1 HP = 1.01 CV = 550 ft \cdot lb/s = 746 W$$

$$1 CV = 736 W$$

Ejercicios resueltos.

- Una bomba eleva 1 600 litros de agua por minuto, hasta la azotea de un edificio que tiene 21 m de altura. ¿Cuál es la potencia del motor de la bomba?, indícalo en HP y en CV; (considera que la masa de un litro de agua es de 1 kg)

Datos

$m = 1\ 600\ kg$
 $t = 1\ min$
 $h = 21\ m$
 $P = ?$



Fórmulas

$$P = \frac{T}{t}$$

$$T = m g h$$

$$P = \frac{m g h}{t}$$

Desarrollo

$$P = \frac{(1\ 600\ kg)(9.8\ m/s^2)(21\ m)}{60\ s}$$

$$P = 5\ 488\ W$$

$$P = 7.356\ HP$$

$$P = 7.456\ CV$$

Conversiones

$$5\ 488\ W \left[\frac{1\ HP}{746\ W} \right] = 7.356\ HP$$

$$5\ 488\ W \left[\frac{1\ CV}{736\ W} \right] = 7.456\ CV$$

≡

≡

≡

2. Un motor de 50 HP proporciona la potencia necesaria para mover el ascensor de un hotel. Si el peso del elevador es de 2 500 lb. ¿Cuánto tiempo se requiere para que el ascensor se eleve hasta una altura de 130 ft?

<p>Datos</p> <p>$P = 50 \text{ HP}$ $w = 2\,500 \text{ lb}$ $h = 130 \text{ ft}$ $t = ?$</p>		<p>Fórmulas</p> $P = \frac{w h}{t}$ $t = \frac{w h}{P}$	<p>Desarrollo</p> $t = \frac{(2\,500 \text{ lb})(130 \text{ ft})}{27\,500 \text{ ft} \cdot \text{lb} / \text{s}}$ <p style="text-align: right;">t = 11.818 s</p>
--	---	--	--

Conversión

$$50 \text{ HP} \left[\frac{550 \text{ ft} \cdot \text{lb} / \text{s}}{1 \text{ HP}} \right] = 27\,500 \text{ ft} \cdot \text{lb} / \text{s}$$

3. Un auto cuyo motor tiene una potencia de 200 HP, se mueve con una velocidad uniforme de 90 mi/hr. Determina la fuerza de empuje producida por el motor sobre el auto; indícalo en newtons,

Datos

$P = 200 \text{ HP}$

$v = 90 \text{ mi/h}$

$F = ?$



Conversiones

$$200 \text{ HP} \left[\frac{746 \text{ W}}{1 \text{ HP}} \right] = 149\,200 \text{ W}$$

$$90 \text{ mi/h} \left[\frac{1\,609 \text{ m}}{1 \text{ mi}} \right] \left[\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} \right] = 40.225 \text{ m/s}$$

Fórmulas

$$P = F v$$

$$F = \frac{P}{v}$$

Desarrollo

$$F = \frac{149\,200 \text{ W}}{40.225 \text{ m/s}}$$

F = 3 709.136 N

Ejercicios propuestos

7. Para mover un mueble se le aplica una fuerza constante en forma horizontal. Debido a ella, el mueble recorre una distancia de 3 m realizando un trabajo de 120 J ¿Cuál es el valor de la fuerza? **F = 40 N**

8. Un niño jala su bicicleta una distancia de 7 m, sobre una superficie horizontal, para ello utiliza una fuerza de 4 N aplicada con una cuerda que forma un ángulo de 35° por encima de la horizontal ¿Cuál es el trabajo realizado por el niño? **T = 22.936 J**

9. En un rancho, un becerro sube una colina de 15 m de alto, desarrollando un trabajo de 11 025 J ¿Cuál es la masa del becerro? **m = 75 kg**

10. Una persona de 50 kg, sube por una escalera eléctrica en un centro comercial y se desplaza 40 m ¿Qué trabajo realizó la escalera sobre la persona si la inclinación de la escalera es de 30° ? **T = 9.8 x 10³ J**

11. Un trabajador empuja, con una fuerza horizontal, una caja por el piso de una fábrica. La rugosidad del piso cambia, y el trabajador ejerce, primero, una fuerza de 15 N durante 3 m, luego 25 N durante 8 m y, finalmente, 20 N durante 6 m ¿Cuál es el trabajo total realizado por la persona? **T_T = 365 J**

12. Un esquimal jala su trineo mediante una cuerda recorriendo una distancia de 220 m ejerciendo una fuerza de 80 N. El trabajo realizado es de 1.6×10^4 J ¿Qué ángulo forma la cuerda con la horizontal? **$\phi = 24^{\circ} 37'$**
13. Una persona cuyo peso es de 686 N sube por una escalera que tiene una longitud de 30 m hasta llegar a una altura de 10 m. ¿Qué trabajo desarrolló la persona? ¿Qué trabajo realiza si sube a la misma altura, pero usando una escalera cuya longitud es de 35 m? **T = 6 860 J y T = 6 860 J**

14. Un cuerpo de 44.5 N es desplazado, con velocidad constante, una distancia de 9.15 m sobre una superficie horizontal. ¿Qué trabajo se realiza si la fuerza forma un ángulo con la horizontal de 45° ?. El coeficiente de rozamiento cinético es 0.20. **T = 67.857 J**

15. Se requiere subir, con velocidad constante, un cuerpo de 4 kg sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Determina la fuerza que se debe aplicar si se tiene un coeficiente de rozamiento cinético de 0.1. **F = 23 N**

16. Con un motor de 60 HP se eleva una carga de 1 500 lb ¿Cuánto tiempo se emplea para depositar la carga en una plataforma de 68 ft de altura? **t = 3 s**

17. Un campeón de levantamiento de pesas, levanta 260 kg hasta una altura de 2.20 m:
 - a) ¿Cuánto trabajo realiza el campeón en el levantamiento?
 - b) ¿Cuánto trabajo realiza durante los 3 s que sostiene las pesas encima de su cabeza?
 - c) ¿Cuánto trabajo realiza al bajar las pesas?
 - d) Si el campeón emplea 3.5 s en subir las pesas, ¿qué potencia desarrolla?**a) T = 5 605.6 J b) T = 0 c) T = - 5 605.6 J d) P = 1.6 kW**

18. Una persona empuja un carrito de un supermercado, ejerciendo una fuerza de 120 N y formando un ángulo con la horizontal de 45° . Si el carrito adquiere una velocidad constante de 0.5 m/s, durante 16 s.
- a) ¿Qué potencia desarrolla la persona?
b) Si se mueve el carrito con el doble de velocidad, ¿qué potencia desarrolla?
a) $P = 42.426 \text{ W}$ y b) $P = 84.852 \text{ W}$
19. Un auto se desplaza por una carretera horizontal con velocidad constante de 120 km/h. El motor del auto desarrolla una potencia de 40 CV. Calcula la fuerza de rozamiento que se opone al movimiento del auto.
 $f_k = 883.2 \text{ N}$

Elaborado por: MAP. José Luis Bautista Ávila
Presidente Nacional de Física
Colaboradores: Presidentes Estatales de la
Academia Nacional de Física